

Übungsblatt 3 zu Lineare Algebra (Lehramt Gymnasium)

Aufgabe 7: (10 Punkte)

Entscheide, ob es ein

- a) \mathbb{C} -lineares $F : \mathbb{C}^8 \rightarrow \mathbb{C}^8$ und $\alpha \in \mathbb{C}$ mit $\dim_{\mathbb{C}}(\text{Eig}(F, \alpha)) = 2$, $\dim_{\mathbb{C}}(\text{Eig}(F, \alpha, 2)) = 5$ und $\dim_{\mathbb{C}}(\text{Eig}(F, \alpha, 3)) = 8$
- b) \mathbb{C} -lineares $F : \mathbb{C}^8 \rightarrow \mathbb{C}^8$ und $\alpha \in \mathbb{C}$ mit $\dim_{\mathbb{C}}(\text{Eig}(F, \alpha)) = 3$, $\dim_{\mathbb{C}}(\text{Eig}(F, \alpha, 2)) = 5$, $\dim_{\mathbb{C}}(\text{Eig}(F, \alpha, 3)) = 7$ und $\dim_{\mathbb{C}}(\text{Eig}(F, \alpha, 4)) = 8$

gibt und gib gegebenenfalls ein Beispiel – mit Nachweis der Eigenschaften – an.

Hinweis: Jordanform

Aufgabe 8: (10 Punkte)

Bestimme für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

alle Eigenwerte, verallgemeinerte Eigenräume und Haupträume. Zeige, daß A eine Jordanform besitzt und gib diese zusammen mit einem Paar von Transformationsmatrizen an.

Aufgabe 9: (15 Punkte)

Es sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Gib eine Jordanform für die \mathbb{C} -lineare Abbildung $G_A : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ einschließlich $\underline{x} \mapsto A\underline{x}$ eines Paares von Transformationsmatrizen an.
- b) Zeige, daß die \mathbb{R} -lineare Abbildung $F_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ keine Jordanform hat. Gib $\underline{x} \mapsto A\underline{x}$ eine reelle Jordanform von F_A einschließlich der Transformationsmatrizen an.

Abgabe je Zweier-/ Dreiergruppe eine Lösung bis Mittwoch, den 13.5.2020, 15 Uhr via Uni2work. Geben Sie auf den Lösungen die Namen an.