

Ernstfalltest zum Staatsexamen: Analysis

Aufgabe 25: (F16T3A2)

a) Zeigen Sie, daß $[0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ integrierbar ist.
 $x \mapsto \frac{x}{1+x^3}$

b) Berechnen Sie $\int_0^{\infty} \frac{x}{1+x^3} dx$ unter Verwendung eines geschlossenen Weges, der durch $0, R$ und $Re^{\frac{2\pi i}{3}}$ geht.

Aufgabe 26: (F11T2A3)

Zeigen Sie, daß für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^{2n}} = \frac{\pi}{n \sin(\frac{\pi}{2n})}$$

Aufgabe 27: (F03T3A3)

Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - 2x + 5}{x^4 + 5x^2 + 4} dx$$

mit Hilfe des Residuensatzes. Begründen Sie dabei alle Abschätzungen für die benutzten Wegintegrale.