

Tutoriumsblatt 9 zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnliche Differentialgleichungen (LA Gymnasium)

Aufgabe 1:

Es sei $a \in \mathbb{C}$ und $f : \mathbb{C} \setminus \{a\} \rightarrow \mathbb{C}$. Bestimme zu $b \in \mathbb{C} \setminus \{a\}$ die Potenzreihenentwicklung

$$z \mapsto \frac{z}{(z-a)^2}$$

von f um b und deren Konvergenzradius.

Aufgabe 2:

a) Es sei $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge in \mathbb{C} bestehend aus paarweise verschiedenen Folgengliedern. Zeige:

$$\begin{aligned} & \{z \in \mathbb{C} : z \text{ ist Häufungspunkt der Folge } (z_n)_{n \in \mathbb{N}}\} \\ &= \{z \in \mathbb{C} : z \text{ ist Häufungspunkt der Menge } \{z_n : n \in \mathbb{N}\}\}. \end{aligned}$$

b) Gib ein Beispiel für eine Folge $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ in \mathbb{C} mit

$$\begin{aligned} & \{z \in \mathbb{C} : z \text{ ist Häufungspunkt der Folge } (z_n)_{n \in \mathbb{N}}\} \\ & \neq \{z \in \mathbb{C} : z \text{ ist Häufungspunkt der Menge } \{(z_n) : n \in \mathbb{N}\}\} \end{aligned}$$

an.

Aufgabe 3: Bestimme für alle $z \in \mathbb{C} \setminus \text{Spur} \gamma$ die Umlaufzahlen $n(\gamma, z)$, wobei γ ein einfach in Richtung der Pfeile durchlaufener Weg ist, der wie im folgenden Bild aussieht:

