

## Tutoriumsblatt 9 zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnliche Differentialgleichungen (LA Gymnasium)

**Aufgabe 1:**

Es sei  $a \in \mathbb{C}$  und  $f : \mathbb{C} \setminus \{a\} \rightarrow \mathbb{C}$ . Bestimme zu  $b \in \mathbb{C} \setminus \{a\}$  die Potenzreihenentwicklung

$$z \mapsto \frac{z}{(z-a)^2}$$

lung  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n(z-b)^n$  von  $f$  um  $b$  und deren Konvergenzradius.

**Aufgabe 2:**

a) Es sei  $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Folge in  $\mathbb{C}$  bestehend aus paarweise verschiedenen Folgegliedern. Zeige:

$$\begin{aligned} & \{z \in \mathbb{C} : z \text{ ist Häufungspunkt der Folge } (z_n)_{n \in \mathbb{N}}\} \\ &= \{z \in \mathbb{C} : z \text{ ist Häufungspunkt der Menge } \{z_n : n \in \mathbb{N}\}\}. \end{aligned}$$

b) Gib ein Beispiel für eine Folge  $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$  in  $\mathbb{C}$  mit

$$\begin{aligned} & \{z \in \mathbb{C} : z \text{ ist Häufungspunkt der Folge } (z_n)_{n \in \mathbb{N}}\} \\ & \neq \{z \in \mathbb{C} : z \text{ ist Häufungspunkt der Menge } \{(z_n) : n \in \mathbb{N}\}\} \end{aligned}$$

an.

**Aufgabe 3:** Bestimme für alle  $z \in \mathbb{C} \setminus \text{Spur } \gamma$  die Umlaufzahlen  $n(\gamma, z)$ , wobei  $\gamma$  ein einfach in Richtung der Pfeile durchlaufener Weg ist, der wie im folgenden Bild aussieht:

