

Tutoriumsblatt 3 zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnliche Differentialgleichungen (LA Gymnasium)

Aufgabe 1:

Es sei $\lambda : \mathcal{B}(\mathbb{R}) \rightarrow [0, \infty]$ das Borelmaß auf \mathbb{R} . Zeige, daß die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto (1 + x^3)e^{-x^2}$
 λ -integrierbar ist und berechne

$$\int_{\mathbb{R}} (1 + x^3)e^{-x^2} dx.$$

Aufgabe 2: Es sei $U := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x_1 > 0, x_2 > 0 \right\}$. Zeige, daß

$$f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} : U \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \frac{x_1 x_3}{1 + x_1 x_2} \\ e^{x_1 \cos(x_2)} x_3 \end{pmatrix}$$

zweimal stetig differenzierbar ist und berechne das Taylorpolynom 2. Grades.

Aufgabe 3:

Untersuche ob bzw. wo $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ lokale Maxima und Minima besitzt und gib die
 $(x, y) \mapsto xe^{-x^2-y^2}$
 Taylorpolynome 2. Ordnung an den Extremstellen an.