

## Tutoriumsblatt 12 zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnliche Differentialgleichungen (LA Gymnasium)

**Aufgabe 1:**

Berechne das Integral

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin(t) + 1}{2 - (\cos(2t))} dt.$$

**Aufgabe 2:** Es sei  $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$ . Berechne

$$t \mapsto i + 2e^{-2it}$$

$$\int_{\gamma} \frac{1}{1-z} e^{\frac{1}{z}} dz.$$

**Aufgabe 3:**

Bestimme mit dem Satz von Rouché die Anzahl der Nullstellen von  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  in der

$$z \mapsto e^z + 3z^5$$

offenen Einheitskreisscheibe  $\mathbb{E} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ . Zeige, daß

- alle diese Nullstellen einfach sind,
- genau eine der Nullstellen in  $\mathbb{E}$  reell ist
- es genau zwei Nullstellen in  $\mathbb{E} \cap \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}(z) > 0\}$  gibt.