

## Tutoriumsblatt 10 zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnliche Differentialgleichungen (LA Gymnasium)

### Aufgabe 1:

Es sei  $U \subseteq \mathbb{C}$  offen mit  $\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 2\} \subseteq U$  und  $f : U \rightarrow \mathbb{C}$  analytisch mit  $|f(\xi)| \leq 3$  für alle  $\xi \in \mathbb{C}$  mit  $|\xi| = 2$ . Zeige: Für alle  $z \in \mathbb{C}$  mit  $|z| \leq 1$  gilt  $|f''(z)| \leq 12$ .

### Aufgabe 2:

- a) Sei  $U := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 2\}$  und  $f : U \rightarrow \mathbb{C}$  holomorph mit  $f(0) = 0$  und  $f(1) = 1$ . Zeige, daß es ein  $z \in U$  gibt mit  $f(z) \in \mathbb{R}$  und  $f(z) > 1$ .
- b) Bleibt die Aussage in (a) richtig, wenn man
  - i) auf die Voraussetzung  $f(0) = 0$  verzichtet, oder
  - ii)  $U$  durch eine beliebige offene Teilmenge von  $\mathbb{C}$  mit  $0 \in U$  und  $1 \in U$  ersetzt?

### Aufgabe 3:

Sei  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  eine ganze Funktion mit der Eigenschaft, daß  $f(z+1) = f(z) = f(z+i)$  für alle  $z \in \mathbb{C}$  gilt. Zeige, daß  $f$  konstant ist.