

## Übungsblatt 9 zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnliche Differentialgleichungen (LA Gymnasium)

### Aufgabe 82: (10 Punkte)

- a) Bestimme alle analytischen Funktionen  $f : \mathbb{C} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{C}$  mit  $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1-n^2}{n^2-2n^3}$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ .
- b) Bestimme alle analytischen Funktionen  $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  mit  $g'(z) = -zg(z)$  für alle  $z \in \mathbb{C}$  und  $g(0) = 1$ .

### Aufgabe 83: (10 Punkte)

- a) Zeige, daß  $f : \mathbb{C} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{C}$  analytisch ist.  
 $z \mapsto \sin\left(\frac{z-2}{z+1}\right)$
- b) Bestimme die Menge  $N := \{z \in \mathbb{C} \setminus \{1\} : f(z) = 0\}$  der Nullstellen von  $f$  und deren Häufungspunkte.
- c) Offenbar gibt es ein  $z \in \mathbb{C} \setminus \{-1\}$  mit  $f(z) \neq 0$ . Wieso ist dies kein Widerspruch zum Identitätssatz?

### Aufgabe 84: (10 Punkte)

Bestimme alle holomorphen Funktionen  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ , die  $f(e^{\sqrt{2}\pi in}) = 1$  für alle  $n \in \mathbb{N}$  erfüllen.

### Aufgabe 85: (10 Punkte)

Berechne für  $\lambda > 0$  das Integral

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} \cos(\lambda x) dx.$$

Hinweis:  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$  haben wir schon berechnet.

**Abgabe je Zweier-/Dreiergruppe eine Lösung bis Donnerstag 4.7.2019, 12 Uhr – im Übungskasten vor der Bibliothek, Theresienstraße 1. Stock**