

Tutoriumsblatt 5 zu Gewöhnliche Differentialgleichungen

Aufgabe 1:

Bestimme das maximale Lösungsintervall von

$$x' = \frac{\sin(x^3)}{1+x^2} \ln(1-t) + \ln(t), \quad x\left(\frac{1}{4}\right) = 1$$

Aufgabe 2:

Sei $D := \{(t, x) \in \mathbb{R}^2 : t^2 + x^2 < 1\}$ und $f : D \rightarrow \mathbb{R}$. Zeige:
 $(t, x) \mapsto \sqrt{1-t^2-x^2}$

a) Das Anfangswertproblem

$$\dot{x} = f(t, x), \quad x(0) = 0$$

hat eine eindeutig bestimmte maximale Lösung $\varphi :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ mit $-\infty < a < 0 < b < \infty$.

b) Die Grenzwerte $\varphi(a) := \lim_{t \searrow a} \varphi(t)$ und $\varphi(b) := \lim_{t \nearrow b} \varphi(t)$ existieren in \mathbb{R} .

c) Es gilt $-a = b$, $b^2 + (\varphi(b))^2 = 1$ und $\frac{1}{\sqrt{2}} < b < 1$.