

## Tutoriumsblatt 2 zu Gewöhnliche Differentialgleichungen

### Aufgabe 1:

Zeige, daß die Differentialgleichung

$$x^2 + 3t^2 + 2xtx' = 0 \tag{1}$$

auf  $\mathbb{R}^2$  exakt ist, bestimme eine Stammfunktion und eine Lösung des Anfangswertproblems

$$x^2 + 3t^2 + 2xtx' = 0, \quad x(1) = 1 \tag{2}$$

### Aufgabe 2:

- a) Es seien  $f : U \rightarrow V$  und  $g : V \rightarrow W$  lokal Lipschitzstetig. Zeige, daß  $g \circ f : U \rightarrow W$  lokal Lipschitzstetig ist.
- b) Gilt diese Aussage auch dann, wenn  $g$  oder  $f$  nur stetig ist?
- c) Für welche  $\alpha \in ]0, \infty[$  ist

$$\begin{aligned} f_\alpha : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto |x|^\alpha \end{aligned}$$

lokal Lipschitzstetig?

### Aufgabe 3:

Betrachte die punktweisen Grenzwerte  $f$  und  $g$  von

$$\begin{aligned} f_n : [0, 1] &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto x^n \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} g_n : [0, 1] &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} \end{aligned} .$$

Welche sind stetig und wieso?