

## Tutoriumsblatt 12 zu Gewöhnliche Differentialgleichungen

### Aufgabe 1:

Zeige, daß die Ruhelage  $(0, 0)$  zu

$$\begin{aligned}x' &= -y \\y' &= \sinh(ax)\end{aligned}$$

für  $a > 0$  stabil ist.

### Aufgabe 2:

Zeige, daß die Anfangswertprobleme

a)  $x' = x^2 - 1, \quad x(0) = 0$

b)  $x' = x^2 - 1, \quad x(0) = 2$

je eine maximale Lösung besitzen und berechne diese.

### Aufgabe 3:

Löse das Anfangswertproblem  $xx' + x^2 + 2x + 5 = 0$  ,  $x(-4) = -2$ .

### Aufgabe 4:

Bestimme die Dimension des Lösungsraums von

$$\begin{aligned}x_1'' &= t^2 x_1 + \frac{1}{t} x_2 - \sin(t) x_3 \\x_2'' &= \tan(t) x_1 \\x_3' &= x_2 + \frac{1}{1-t^2} x_3\end{aligned}$$

### Aufgabe 5:

Es sei  $A := \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  und  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  .  
 $t \mapsto \begin{pmatrix} -t \\ t \end{pmatrix}$

a) Bestimme die Fundamentalmatrix  $e^{At}$  zu  $x' = Ax$ .

b) Bestimme die maximale Lösung von

$$x' = Ax + g(t) \quad , \quad x(1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c) Zeige, daß die in (b) bestimmte Lösung von  $x' = Ax + g(t)$  asymptotisch stabil ist.