Übungsblatt 8 zu Gewöhnliche Differentialgleichungen

Aufgabe 25: (10 Punkte)
Es sei $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 2 & -4 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{array}{rcl} g : \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}^3 \\ t & \mapsto & \sin(3t)\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{array}$. Bestimme die Fundamentalmatrix e^{tA} zu $x' = Ax$ und löse das Anfangswertproblem

$$x' = Ax + g(t), x(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 26: (10 Punkte) Es sei $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ und $\begin{array}{rcl} g :]0,\infty[& \to & \mathbb{R}^3 \\ t & \mapsto & \dfrac{1}{1-e^{-t}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{array}$.
Bestimme die Fundamentalmatrix e^{tA} zu $x' = Ax$ und löse das Anfangswertproblem

$$x' = Ax + g(t), x(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 27: (10 Punkte)
Sei $L \in \mathbb{R}$. Wir betrachten das Anfangswertproblem

$$(1-t^2)x''(t) - 2tx'(t) + Lx(t) = 0, \quad x(0) = 0, x'(0) = 1 \tag{1}$$

a) Zeige mittels Potenzreihenansatz $\lambda(t) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j t^j$, daß (1) eine Lösung $\lambda :]-1,1[\to \mathbb{R}$ besitzt.

b) Ist die Lösung aus (a) auf $]-1,1[$ eindeutig bestimmt?

Aufgabe 28: (10 Punkte)

a) Bestimme eine Basis des Lösungsraums von

$$x^{(4)} - 4x^{(3)} + 8x'' - 8x' + 4x = 0$$

b) Löse das Anfangswertproblem

$$x^{(4)} - 4x^{(3)} + 8x'' - 8x' + 4x = e^{2t}, \quad x(0) = x''(0) = 1, x'(0) = x^{(3)} = 0$$

Abgabe: je Zweier-/ Dreiergruppe eine Lösung bis Mittwoch 26.6.2019 14.00 Uhr – im Übungskasten vor der Bibiliothek, Theresienstraße 1. Stock