

Übungsblatt 10 zu Gewöhnliche Differentialgleichungen

Aufgabe 33: (10 Punkte)

Begründe, ob die Nulllösung von $x' = Ax$ stabil, asymptotisch stabil oder instabil ist und entscheide, für welche Anfangsbedingung $\xi \in \mathbb{R}^3$ die Lösung $\lambda_\xi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ von $x' = Ax, x(0) = \xi$ einen Grenzwert $\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_\xi(t) = 0$ besitzt für

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 34: (10 Punkte)

Skizziere die Phasenportraits der ebenen autonomen Systeme $\dot{x} = Ax$ für die drei Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 35: (10 Punkte)

Zeige: Zu jedem $\tau \in \mathbb{R}$ und $\xi \in \mathbb{R}^2$ existieren die maximalen Lösungen von

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -2y \\ \dot{y} &= 2x + 4x^3 \end{aligned}$$

zur Anfangsbedingung $\begin{pmatrix} x(\tau) \\ y(\tau) \end{pmatrix} = \xi$ auf ganz \mathbb{R} .

Aufgabe 36: (10 Punkte) Erstelle für das System

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= |x| \end{aligned}$$

das Phasenportrait und bestimme explizite Darstellungen aller Lösungen, die für $t \rightarrow \infty$ oder $t \rightarrow -\infty$ gegen $(0, 0)$ konvergieren.

Abgabe: je Zweier-/ Dreiergruppe eine Lösung bis Mittwoch 10.7.2019 14.00 Uhr – im Übungskasten vor der Bibliothek, Theresienstraße 1. Stock