

Ernstfalltest zum Staatsexamen: Analysis

Aufgabe 19: (F03T3A3) Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - 2x + 5}{x^4 + 5x^2 + 4} dx$$

mit Hilfe des Residuensatzes. Begründen Sie dabei alle Abschätzungen für die benutzten Wegintegrale.

Aufgabe 20: (H01T3A3)

Es sei $\emptyset \neq G \subseteq \mathbb{C}$ ein konvexes Gebiet und $f : G \rightarrow \mathbb{C}$ eine holomorphe Funktion mit $\operatorname{Re} f'(z) > 0$ für alle $z \in G$. Zeigen Sie, daß f injektiv ist.

Aufgabe 21: (F09T2A4)

Berechnen Sie die folgenden Integrale

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(x)}{x^2 + 4} dx$

b) $\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 4} dx$