Mathematisches Institut der LMU
Dr. Heribert Zenk
D.T. Nguyen

Mathematische Quantenmechanik II
Sommer Semester 2018
21. 06. 2018

Excercise Sheet 10

Übung 1

a) Show that $\mathcal{D} := \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{C} \\ x & \mapsto & p(x)e^{-x^2} \end{array} : p : \mathbb{R} \to \mathbb{C} \text{ polynomial} \right\}$ is dense in $L^2(\mathbb{R}, \mathbb{C})$.

b) Show that we may identify the bosonic Fock space $\mathcal{F}_b(\mathbb{C})$ with the space $L^2(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ such that the vacuum vector is the function $\pi^{-1/4}e^{-x^2/2}$, and creation and annihilation operators are $a_+(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(x - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}}\right)$ and $a_-(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(x + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}}\right)$ respectively.

Übung 2

Es sei $\psi \in \mathcal{H}$, $\widehat{A}_n$ die Antisymmetrisierung auf $\mathcal{H}^{\widehat{\otimes} n}$, $b^-(\psi)$ der Vernichtungsoperator auf $\mathcal{F}_e(\mathcal{H})$ und $c^-(\psi)$ der Vernichtungsoperator auf $\mathcal{F}_{f,e}(\mathcal{H})$. Zeige

$$\widehat{A}_{n-1} \circ b^-_{n-1}(\psi) \circ \widehat{A}_n = c^-_{n-1}(\psi) \circ \widehat{A}_n$$