Übungsblatt 2 zu Mathematik II für Physiker

Aufgabe 62 (15 Punkte).
Für $a, b, c \in \mathbb{R}$ betrachte das lineare System

$$\begin{cases} ax_1 & & +x_3 & +x_4 & = 1; \\ x_1 & & +2x_3 & +x_4 & = 1; \\ -x_1 & +x_2 & -2x_3 & +x_4 & = b; \\ x_1 & +x_2 & +x_3 & +x_4 & = c. \end{cases} \tag{1}$$

a) Für welche $a \in \mathbb{R}$ hat (1) für alle $b, c \in \mathbb{R}$ eine Lösung $(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4$?

b) Untersuche in diesem Fall, ob die Lösung eindeutig ist. Falls ja, bestimme sie.

c) Für die Werte von a, für welche die Lösung von (1) nicht eindeutig ist, bestimme alle Werte von b und c, für welche eine Lösung existiert.

d) Finde in diesem Fall alle möglichen Lösungen von (1) mit $b = 0$.

Aufgabe 63 (15 Punkte).
Eine reelle 3×3-Matrix heißt magisches Quadrat, wenn die Summen aus den Einträgen in Zeilen, Spalten und Diagonalen gleich sind. Es sei $\mathcal{M}$ die Menge aller magischen Quadrate.

a) Beweise, dass $\mathcal{M}$ ein Untervektorraum von $M(3 \times 3, \mathbb{R})$ ist.

b) Beweise, dass man jede vorgegebene erste Zeile auf genau eine Weise zu einem magischen Quadrat ergänzen kann.

c) Welche Zahlen können im Zentrum eines magischen Quadrats stehen, das genau die Zahlen $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ enthält? Finde ein solches Quadrat.

Aufgabe 64 (10 Punkte).
Für $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ sei

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & c & d \\ 1 & 10 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

a) Bestimme $\det A$. Für welche $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ ist A invertierbar?

b) Seien $b := c := 1$, $d := 3$. Bestimme die inverse Matrix A^{-1} für alle $a \in \mathbb{C}$, für welche sie existiert.

Abgabe je Zweier- bzw. Dreiergruppe eine Lösung bis Mittwoch, den 25.04.2018, 15 Uhr im Übungskasten Nummer 19 vor der Bibliothek, Theresienstraße 1. Stock.