

## Seminar im WiSe 2016/17 Klassifikation von Flächen

In diesem Seminar sollen grundlegende Begriffe der geometrischen Topologie von Flächen erarbeitet werden. Ziel ist die Klassifikation von Flächen bis auf Homöomorphie. Dieses Ergebnis ist fundamental und tritt wird in vielen mathematischen Disziplinen verwendet.

Wir werden zuerst die Grundbegriffe diskutieren (Stetigkeit, Homöomorphie, Quotientenräume) um dann den Flächenbegriff einzuführen. Weitere wichtige Begriffe sind Euler-Charakteristik und Orientierbarkeit. Das wichtigste behandelte Ergebnis ist:

**Satz:** Zwei zusammenhängende kompakte Flächen  $F_1, F_2$  sind homöomorph genau dann, wenn sie

1. die gleiche Euler-Charakteristik haben und
2. entweder beide orientierbar oder nicht orientierbar sind.

Wir werden zwei Beweise für diesen Satz diskutieren. Danach verschaffen wir uns einen Überblick über die Klassifikation von nicht kompakten Flächen.

**Zielgruppe:** Das Seminar richtet sich an interessierte Studenten der Mathematik (4.-6. Semester). Es ist eine gute Ergänzung zu den Vorlesung *Geometrie und Topologie von Flächen*.

**Vorkenntnisse:** *Analysis 1-2* (insbes. die dort eingeführten Grundbegriffe aus der Topologie). Der Besuch der Vorlesung *Geometrie und Topologie von Flächen* ist hilfreich aber nicht notwendig.

**Termin:** Donnerstag, 14-16 Uhr in Hörsaal B252

**Vorbesprechung: Donnerstag, 20. Oktober 2016, um 14:15 Uhr, Raum B252**

# Flächen und ihre Klassifikation

## Programm

- 1. Topologische Räume, stetige Abbildung, Quotiententopologie, (Weg-)Zusammenhang**

Literatur: entsprechende Kapitel in [Jä]  
Vortragender: **L.T.**  
Termin: Do, 27.10
- 2. Kompaktheit**

Kompaktheit und Abschwächungen, abzählbare Kompaktheit, Kompaktifizierung, Lokalkompaktheit  
Literatur: entsprechende Kapitel in [Jä]  
Vortragender: **D.N.**  
Termin: 3.11.
- 3. Jordanscher Kurvensatz, Satz von Schoenflies (polygonal)**

Literatur: [Os], Kap. 1.3  
Vortragender : **D.T.**  
Termin: 10.11.
- 4. Simpliziale Komplexe**

Definition, triangulierte Flächen, Euler Charakteristik  
Literatur: [Ya], Kapitel 6 ohne Teile von Abschnitt 6.3  
Vortragender: **E.K.**  
Termin: 17.11.
- 5. Graphentheorie**

Definitionen, Königsberger Brückenproblem, Bäume, Euler-Charakteristik.  
Literatur: [Ya], Kapitel 3  
Vortragender: **A.K.**  
Termin: 24.11.
- 6. Flächen und zusammenhängende Summe**

Literatur: [Ya], Kapitel 8, bis einschl. 8.2  
Vortragender: **V.F.**  
Termin: 1.12.
- 7. Triangulierbare Flächen**

Flächen und Triangulierbarkeit.  
Literatur: Abschnitt 8.3 von [Ya], §8 aus [AhS]  
Vortragender: **C.D.**  
Termin: 8.12
- 8. Klassifikation geschlossener triangulierbarer Flächen**

Literatur: Abschnitt 8.4-8.6 von [Ya] (ohne die Diskussion der Heawood Vermutung in Abschnitt 8.6)  
Vortragender: **W.B.** Termin: 15.12.
- 9. Glatte Funktionen auf differenzierbaren Flächen, Morse Lemma**

Literatur: [Hi], Kap. folgt  
Vortragender: **M.D.**  
Termin: 22.12.
- 10. Klassifikation von Flächen mittels Morse Theorie I**

Literatur: [Hi], Kap. folgt  
Vortragender: **A.R./ T.N.**  
Termin: 12.1.

11. **Klassifikation von Flächen mittels Morsetheorie II**  
 Literatur: s.o.  
 Vortragender: **A.R./ T.N.**  
 Termin: 19.1.
12. **Enden topologischer Räume, Klassifikation nichtkompakter Flächen**  
 Enden, nicht orientierbare Enden, planare Enden, Überblick zur Klassifikation nicht kompakter Flächen  
 Literatur: [CaC] Abschnitt 4.2 sowie [Ri]  
 Vortragender: **C.H.**  
 Termin: 26.1.
13. **Geometrie der hyperbolischen Ebene**  
 Literatur: §2 of [Bo]  
 Vortragender: **S.K.**  
 Termin: 9.2.
14. **Hyperbolische Metriken auf Flächen**  
 Literatur: folgt Vortragender: **F.Z.**  
 Termin: 16.2 (wir lassen uns etwas einfallen, das ist nicht mehr in der Vorlesungszeit.)

#### LITERATUR

- [AhS] L. Ahlfors, L. Sario, *Riemann surfaces* Princeton University Press (1960).  
 [Bo] F. Bonahon, *Low-dimensional geometry*, Student Math. Lib./IAS Subseries, AMS.  
 [CaC] A. Candel, L. Conlon, *Foliations I*, Graduate Studies in Mathematics 23, AMS 1999.  
 [Hi] M. W. Hirsch, *Differential topology*, Graduate Texts in Mathematics, No. 33. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1976.  
 [Jä] K. Jänich, *Topologie*, Springer  
 [Os] E. Ossa, *Topologie*, vieweg+teubner.  
 [Ri] I. Richards, *On the classification of noncompact surfaces*, Trans. Amer. Math. Soc. 106 (1963) 259-269.  
 [Ya] M. Yan, *Introduction to topology*, de Gruyter.  
 [Ze] E. C. Zeeman, *An introduction to topology – The Classification theorem for surfaces*.