MATHEMATISCHES INSTITUT DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Sommersemester 2005

Priv.-Doz. Dr. P. Schuster
Dr. E. Stockmeyer

Übungen zur Analysis III — Blatt 12

1. Es sei M eine k-dimensionale Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^n$ und A eine integrierbare Teilmenge von M. Ferner sei
$$F:\ \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \quad x \mapsto a + Tx$$
eine längentreue affine Abbildung, d.h. $a \in \mathbb{R}^n$ und $T \in O(n)$. Man zeige, daß $F(A)$ eine integrierbare Teilmenge der Untermannigfaltigkeit $F(M)$ des $\mathbb{R}^n$ ist mit
$$\mathrm{Vol}_k(F(A)) = \mathrm{Vol}_k(A)\,.$$

2. Für $0 \leqslant \varphi_1 < \varphi_2 \leqslant 2\pi$ und $0 \leqslant \vartheta_1 < \vartheta_2 \leqslant \pi$ sei B die bezüglich Polarkoordinaten (φ, ϑ) durch die Ungleichungen
$$\varphi_1 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_2, \qquad \vartheta_1 \leqslant \vartheta \leqslant \vartheta_2$$
gegebene Teilmenge der Einheitssphäre $S^2 \subset \mathbb{R}^3$. Man berechne ihre Fläche.

3. Man berechne die Fläche des Rotationsellipsoids
$$E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1\}, \qquad c > 1\,.$$

4. Es seien $0 < r < R$ reelle Zahlen. Aus der Kreislinie
$$K = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (x-R)^2 + z^2 = r^2,\ y = 0\}$$
entsteht durch Rotation um die z-Achse eine zweidimensionale Untermannigfaltigkeit T des $\mathbb{R}^3$, ein sogenannter Torus. Man berechne seine Fläche.

Abgabe: Dienstag, 12.07.05, 16 Uhr s.t., Übungskasten im 1. Stock vor Bibliothek. Dieses Blatt zählt zu den Soll-Leistungen für den Übungsschein, jedoch werden **nur von zwei** Teilnehmern gemeinsam abgegebene Lösungen korrigiert.

Aufgabenblätter: `http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~stock`