

Übungen zur Analysis III

Blatt 1

1. Ist $f \in \mathcal{C}_c(\mathbb{R}^n)$ mit $f \geq 0$, und gibt es ein $a \in \mathbb{R}^n$ mit $f(a) > 0$, so gilt

$$\int_{\mathbb{R}^n} f(x) dx > 0.$$

2. Für Funktionen $f \in \mathcal{C}_c(\mathbb{R}^n)$ sei

$$\mu(f) := \sum_{x \in \mathbb{Z}^n} f(x).$$

- (a) Man zeige, dass dadurch ein monotones lineares Funktional

$$\mu : \mathcal{C}_c(\mathbb{R}^n) \rightarrow \mathbb{R}$$

definiert wird.

- (b) Es gilt $\mu(\tau_a f) = \mu(f)$ für alle $f \in \mathcal{C}_c(\mathbb{R}^n)$ genau dann, wenn $a \in \mathbb{Z}^n$.

3. Man zeige, dass $\mathcal{C}_c(\mathbb{R}^n)$ ein Ideal in $\mathcal{C}(\mathbb{R}^n)$ ist, d.h. $\mathcal{C}_c(\mathbb{R}^n)$ ist bzgl. $+$ eine Untergruppe von $\mathcal{C}(\mathbb{R}^n)$, und es gilt $(f \in \mathcal{C}_c(\mathbb{R}^n)) \wedge (g \in \mathcal{C}(\mathbb{R}^n)) \Rightarrow fg \in \mathcal{C}_c(\mathbb{R}^n)$.

4. Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x, y) = \begin{cases} \sqrt{1 - x^2 - y^2} & \text{falls } x^2 + y^2 \leq 1, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Man zeige $f \in \mathcal{C}_c(\mathbb{R}^2)$ und berechne das Integral

$$\int_{\mathbb{R}^2} f(x, y) dx dy.$$

Abgabe: Dienstag, 19.04.2005, 16 Uhr s.t., Übungskasten im 1. Stock vor Bibliothek.
Dieses Blatt zählt zu den Soll-Leistungen für den Übungsschein, jedoch werden nur von zwei Teilnehmern gemeinsam abgegebene Lösungen korrigiert.

Aufgabenblätter: <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~stock>

Übungsstunden:

Dienstag 16 Uhr c.t. Hörsaal 132
Freitag 11 Uhr c.t. Hörsaal E-06

Sprechstunden:

Priv.-Doz. Dr. P. Schuster	Montag, 15–16 Uhr	Zimmer 402	Ruf 2180-4401
Dr. E. Stockmeyer	Donnerstag, 14–15 Uhr	Zimmer 406	Ruf 2180-4406