

## Übungen zur Analysis II

## Blatt 4

1. Man berechne die Unbestimmten Integrale

a) 
$$\int \frac{dx}{x^3 - x^2 + x - 1}$$

b) 
$$\int \frac{dx}{x^3 + x^2 - x - 1}$$

unter Angabe der Intervalle, auf denen sie definiert sind (Partialbruchzerlegung).

2. Es sei  $f : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \frac{\sin x}{x}$ . Man zeige:

a) 
$$\int_0^{\infty} f(x) dx \quad \text{konvergiert}$$

b) 
$$\int_0^{\infty} |f(x)| dx \quad \text{divergiert}$$

3. Man untersuche die Reihen

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k(\ln k)^a}$$

für  $a \in \mathbb{R}$  mit  $a \geq 0$  auf Konvergenz bzw. Divergenz.

4. Man zeige

$$\int_0^{\infty} e^{-x^a} dx = \frac{1}{a} \Gamma\left(\frac{1}{a}\right)$$

für jedes  $a \in \mathbb{R}$  mit  $a > 0$ .

**Abgabe:** Keine Abgabe.

**Aufgabenblätter:** <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~stock>