Übungen zur Analysis II, Hausaufgabenblatt 5

F. Merkl, J. Berger, Y. Bregman, G. Svindland

Aufgabe 1: Man berechne

$$\frac{\partial}{\partial x} y \exp(xy)\,,\ \frac{\partial}{\partial y} y \exp(xy)\,,\ \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} y \exp(xy)\,,\ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} y \exp(xy)\,.$$

Aufgabe 2: Man zeige: Die Funktion

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}\,,\ f(x,y,z) = x^2 + y^3 + z^4$$

nimmt auf der Menge

$$M := \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2 + y^4 + z^6 = 1\,,\ xy + yz + xz = 0\right\}$$

ein Maximum und ein Minimum an.

Aufgabe 3: Betrachten Sie die Abbildung $f : \mathbb{R}^n \backslash \{0\} \to \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \|x\|_2^{2-n}\,, & n \geq 3 \\ \log(\|x\|_2)\,, & n = 2 \end{cases}\,.$$

Zeigen Sie, daß f die "partielle Differentialgleichung" $\Delta f = 0$ löst.

Aufgabe 4: Sei $(M, \mathcal{T}_M)$ ein kompakter topologischer Raum, $(N, \mathcal{T}_N)$ ein Hausdorffraum und $f : M \to N$ eine stetige Bijektion. Man zeige f^{-1} ist stetig.

$(*)$ **Aufgabe 5:** Seien $(A, \mathcal{T}_A)$ und $(B, \mathcal{T}_B)$ kompakte topologische Räume und $(A \times B, \mathcal{T})$ der Produktraum. Zeigen Sie, daß auch $(A \times B, \mathcal{T})$ kompakt ist.

Abgabe: Spätestens am Mittwoch 18.05.2005 um 11:00h.