

# Geometrie und Topologie von Flächen

## Aufgabenblatt 12

**Aufgabe 1.** Seien  $R > r > 0$ . Betrachte den Torus, gegeben durch Rotation des Kreises

$$(x - R)^2 + z^2 = r^2$$

in der  $xz$ -Ebene um die  $z$ -Achse. Berechnen Sie die geodätische Krümmung der Kurven, die durch Rotation der Punkte  $(R + r, 0)$  und  $(R - r, 0)$  und  $(R, r)$  gegeben sind.

**Aufgabe 2.**

1. Sei  $\gamma : I \rightarrow \mathbb{R}^3, t \mapsto v_0 + tv_1$  mit  $v_0, v_1 \in \mathbb{R}^3$  eine Gerade, deren Bild ganz in einer regulären Fläche  $S$  enthalten ist. Zeigen Sie, dass  $\gamma$  eine Geodäte auf  $S$  ist.
2. Finden Sie zwei Familien von Geraden auf dem Hyperboloid  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ .

**Aufgabe 3.** Berechnen Sie die Christoffel-Symbole für eine offene Teilmenge der Ebene

1. In kartesischen Koordinaten.
2. In Polarkoordinaten.

**Aufgabe 4.** Sei  $P$  ein konvexer Polyeder, d.h. die konvexe Hülle einer endlichen Menge von Punkten in  $\mathbb{R}^3$ , die nicht alle in derselben Ebene liegen. Bezeichne mit  $E$  die Anzahl der Ecken von  $P$ , mit  $K$  die Anzahl der Kanten und mit  $F$  die Anzahl der Flächen. Verwenden Sie den **Eulerschen Polyedersatz**

$$E - K + F = 2$$

um alle PLatonischen Körper zu bestimmen, d.h. diejenigen Simplicialkomplexe, bei denen

- von jeder Ecke die gleich Zahl Kanten ausgehen und
- jede Fläche gleich viele Kanten hat.

Zu bestimmen sind also alle möglichen Werte von  $E, F, K$  die die Bedingungen oben erfüllen.