SoSe 2019

Prof. Dr. Thomas Vogel
Dr. Jonas Stelzig

Geometrie und Topologie von Flächen

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1. Zeigen Sie: Für eine geschlossene reguläre C^∞-Kurve $\gamma : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$ ist

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x, y) = \gamma(t) \text{ für ein } t \in \mathbb{R}\}$$

eine reguläre Fläche.

Aufgabe 2. Sei $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$(x, y, z) \longmapsto xyz^2.$$

Bestimme kritische Punkte und Werte von f. Für welche Werte von $a \in \mathbb{R}$ ist $f^{-1}(a)$ eine reguläre Fläche?

Aufgabe 3. Seien $a > r > 0$ reelle Zahlen und $T \in \mathbb{R}^3$ als die Fläche definiert, die durch Rotation des Kreises in der Ebene $\{x = 0\}$ mit Mittelpunkt $(0, a, 0)$ und Radius r um die z-achse entsteht. Zeichnen Sie T und beschreiben Sie T als Lösungsmenge einer Gleichung mit Unbekannten x, y, z. Zeigen Sie, dass T eine reguläre Fläche ist, indem Sie zeigen, dass T Urbild eines regulären Wertes einer Funktion $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ ist.

Aufgabe 4. Seien $P = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y\}$, $U := \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 \mid u > v\}$. Ist folgende Abbildung Teil einer Parametrisierung von P?

$$\begin{aligned} \varphi : U &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (u, v) &\longrightarrow (u + v, u + v, uv) \end{aligned}$$