Vier Gewinnt

Nicolas Schmidt
Matthias Dietsche
Bernhard Weiß
Benjamin Ruile

Datum: 17.2.2009

Tutor:
Prof. Schottenloher

Spieltheorie

Präsentation
Agenda

I. Einführung

1. Motivation
2. Das Spiel Vier Gewinnt

II. Spieltheorie

III. Andere Herangehensweisen

IV. Programmierung

Präsentation
Agenda

I. Einführung

1. **Motivation**
2. Das Spiel Vier Gewinnt

II. Spieltheorie

III. Andere Herangehensweisen

IV. Programmierung

I. Einführung
1. Motivation

- Viele bekannte Gesellschaftsspiele sind Zwei - Personen – Nullsummenspiele mit vollständiger Information.

- Bekanntesten Vertreter sind Schach, Dame und Mühle

- Frage bei allen diesen Spielen: wie gewinnt man sicher oder wie spielt man besser als der Gegner

- Vier Gewinnt als Vertreter dieser Spielart.

- Problem der Spieltheorie bei diesen Spielen und Lösungskonzepte und Spielstrategien am Beispiel von Vier Gewinnt.

Präsentation
Agenda

II. Einführung

1. Motivation
2. Das Spiel Vier Gewinnt

II. Spieltheorie

III. Andere Herangehensweisen

IV. Programmierung

LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Spielregeln I

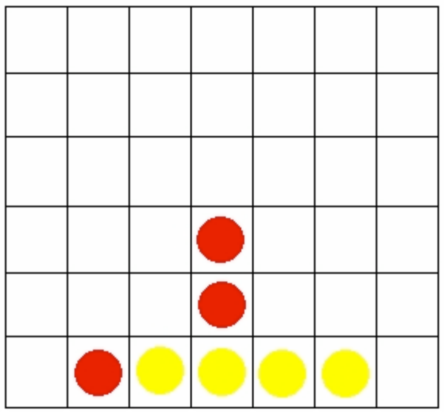
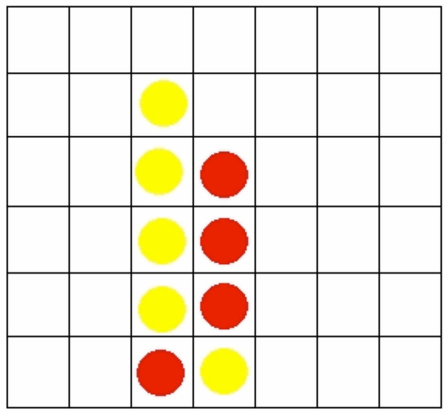
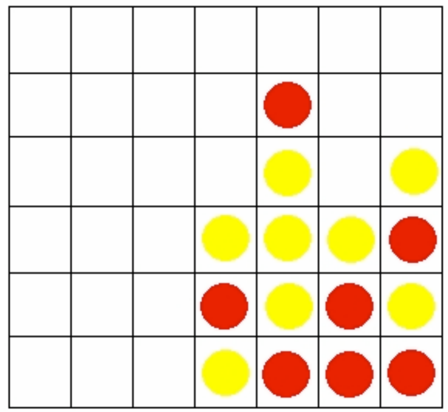
Vier gewinnt ist ein zwei Personen Spiel, bei dem jeder der Spieler 21 identische Spielsteine besitz. In der Orginalversion haben diese die Farben gelb und rot. Das Spiel wird auf einem rechteckigen Spielfeld mit sieben Spalten und 6 Zeilen gespielt. Die Spielsteine werden von den beiden Spielern abwechslend in eine der Spalten geworfen.

Spielregeln II

- Die Spielsteine können in eine der Sieben Spalten geworfen werden
- Wird ein Stein in eine Spalte geworfen so fällt er in die unterste nicht besetzte Zeile
- Ziel des Spiels ist es Vier zusammenhängende Steine im Gitter zu positionieren

Spielregeln III

- Die Steine können in horizontal, vertikal oder diagonal eine Reihe Bilden
- Beispiele für Gewinnpositionen:

Präsentation
Agenda

I. Einführung
1. Motivation
2. Das Spiel Vier Gewinnt

II. Spieltheorie

III. Andere Herangehensweisen

IV. Programmierung

Spieltheorie

- In der Spieltheorie geht es darum Spiele analytisch zu beschreiben und mit mathematischen Herangehensweisen zu lösen

- Lösen von Spielen kann hierbei in drei Kategorien unterteilt werden

- Sehr schwach gelöst: Kenntnis über den optimalen Ausgang eines Spiels für die beiden Spieler ohne Angabe von Strategien

- Schwach gelöst: Praktisch realisierbarer Algorithmus zur Festlegung der beidseitigen optimalen Strategien

- Stark gelöst: Praktisch realisierbarer Algorithmus zu Festlegung von Strategien an allen Positionen am Spielbaum

- Vier gewinnt wurde schwach gelöst, und zwar unabhängig von einander von Victor Allis (1988) und James D. Allen (1990)

- Und stark gelöst von

Spieltheoretische Herangehensweisen

- Aus der Vorlesung wissen wir wie man Zwei – Personen – Nullsummenspiel mit vollständiger Information löst

- Die streng mathematische Herangehensweise wäre die Analyse des kompletten Spielbaums und die Anwendung des Prinzips der „Elimination durch Dominanz"

- Bzw. bei abwechselndem Zug der Min-Max-Algorithmus

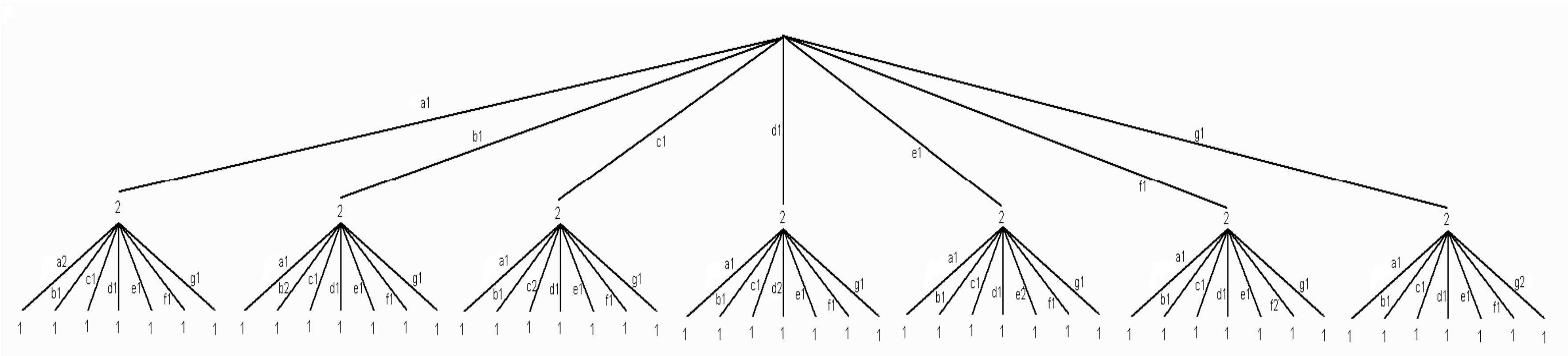
LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Probleme der Spieltheorie

- Bei Vier Gewinnt handelt es sich um ein sehr komplexes Spiel, wie auch Schach oder Dame
- Spielbaum sehr groß bzw. komplex
- Berechnung von Hand unmöglich mit Computer viel zu zeitaufwendig

Spielbaum

- Überlegung wie „groß“ ist der Vier Gewinnt Spielbaum
- Spielbaum nach zwei Zügen:



- Nach zwei Zügen bereits 49 Endpositionen, nach 6 Zügen schon 7^6 = 117.649 Möglichkeiten

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

- Grobe Abschätzung des Spielbaums mit Kombinatorik liefert als obere Grenze $3^{42} = 1{,}09419 * 10^{20}$ Knoten
- Sehr grob, da alle Positionen berücksichtigt auch unmögliche
- Victor Allis liefert in seiner Master Thesis besser, jedoch auch inklusive unmöglicher Positionen

$$7{,}1 * 10^{13}$$

→ Andere Möglichkeiten das Spiel zu untersuchen werden gebraucht

Präsentation
Agenda

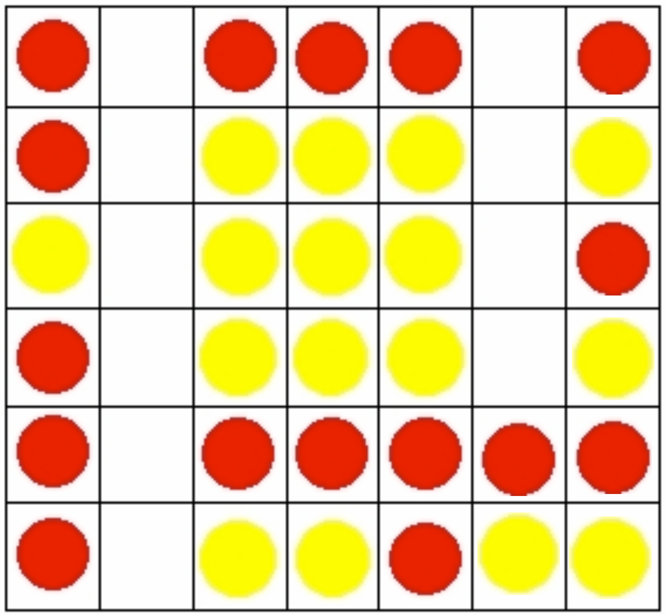
- I. Einführung
  1. Motivation
  2. Das Spiel Vier Gewinnt
- II. Spieltheorie
- III. Andere Herangehensweisen
- IV. Programmierung

Analyse von speziellen Spielsituationen

- Um eine generelle Strategie zu finden ist nötig herauszufinden in welche Situationen für die einzelnen Spieler „besser“ sind
- Als Beispiel wird eine bestimmte Situation betrachtet
- Daraus Schlüsse auf Allgemeinheit gezogen
- Wir gehen im folgenden davon aus dass die Spieler keine Fehler machen und immer wenn sie gewinnen können auch gewinnen, bzw. eigene Gewinnchancen nicht zerstören

III. Andere Herangehensweisen

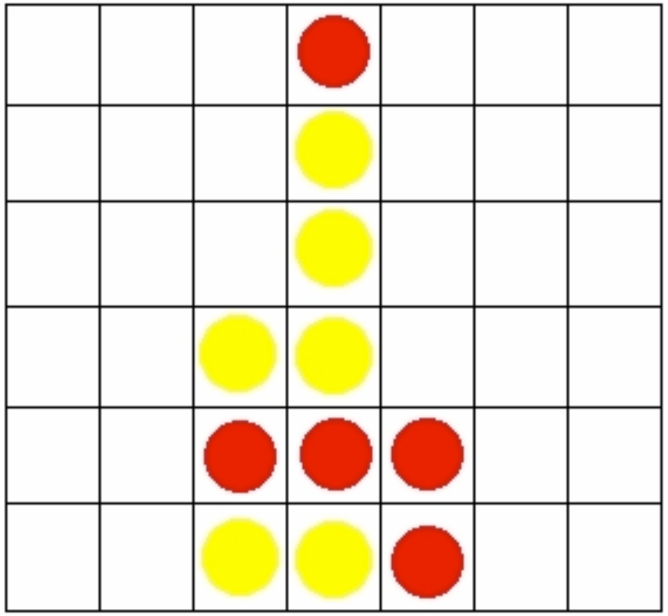
- Betrachten wir folgende Situation



III. Andere Herangehensweisen

- Gewinnposition für Rot schon am Anfang gewesen
- Strategie „Tit for Tat“ ab der oberen Position
- Zugzwang bei Gelb und Rot gewinnt
- Genauer Gelb hat schon viel früher verloren, nämlich nach 5 Runden

III. Andere Herangehensweisen



➢ Ab hier „Tit for Tat“ von Rot möglich und führt zum Sieg

III. Andere Herangehensweisen

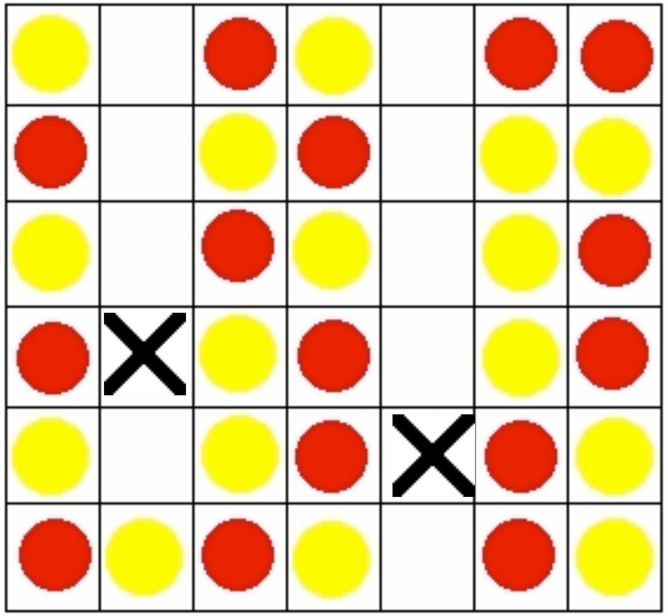
- Bei fehlerfreiem Spiel können wir davon ausgehen, dass sich Siegchance immer in den letzten (meisten leeren) Spalten ergibt

- Haben eine Mögliche Situation gesehen, welche sind aber prinzipiell für die Spieler gut und welche schlecht

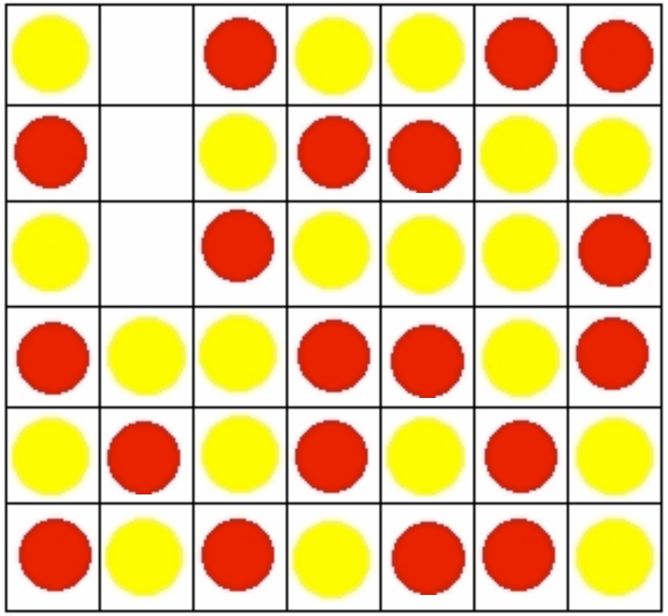
- Welche Positionen können erreicht werden? Welche sollten erreicht werden?

III. Andere Herangehensweisen

➢Weiteres Beispiel von möglichen Gewinnpositionen:



- Spielverlauf:



- Gelb gewinnt

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Zusammenfassung

- Sind die Gewinnmöglichkeiten in der gleichen Spalte

- Gelb hat eine ungerade Gewinnmöglichkeit, Rot eine gerade Gewinnmöglichkeit →Diejenige mit der kleiner Zeilenzahl gewinnt!
- Gelb hat eine gerade Gewinnmöglichkeit, Rot eine ungerade Gewinnmöglichkeit →Das Spiel endet unentschieden!
- Gelb hat eine ungerade Gewinnmöglichkeit, Rot eine gerade Gewinnmöglichkeit →Gelb gewinnt!
- Gelb hat eine gerade Gewinnmöglichkeit, Rot eine gerade Gewinnmöglichkeit →Rot gewinnt!

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Zusammenfassung

- Sind die Gewinnmöglichkeiten in unterschiedlichen Spalten
  - Gelb hat eine ungerade Gewinnmöglichkeit, Rot eine gerade Gewinnmöglichkeit → Diejenige mit der kleiner Zeilenzahl gewinnt!
  - Gelb hat eine gerade Gewinnmöglichkeit, Rot eine gerade Gewinnmöglichkeit → Rot gewinnt!
  - Gelb hat eine gerade Gewinnmöglichkeit, Rot hat ein ungerade Gewinnmöglichkeit → Das Spiel endet unentschieden!
  - Gelb hat eine ungerade Gewinnmöglichkeit, Rot eine ungerade Gewinnmöglichkeit → Das endet unentschieden, wenn Die Gewinnmöglichkeit nicht in der ersten Zeile ist.

Präsentation
Agenda

I. Einführung
  1. Motivation
  2. Das Spiel Vier Gewinnt

II. Spieltheorie

III. Andere Herangehensweisen

IV. Programmierung

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Ziele der Programmierung

- Ziel der Programmierung ist die Erschaffung einer Künstlichen Intellizenz die folgende Kriterien erfüllen soll.

1. Schnelligkeit - Es soll möglich sein ohne zu lange Wartezeiten zu spielen.
2. Intelligenz - Der Computer soll zielgerichtet versuchen das Spiel zu gewinnen.
3. beschränkte Intelligenz - Der Computer soll nicht unbedingt perfekt sein um auch dem Menschen Chancen zu lassen.
4. Aus 2. und 3. Kombiniert: Möglicher Einstellbarer Schwierigkeitsgrad.

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Ansatz über Elimination durch Dominanz (MinMax)

- Würde eine Berechnung der zu Spielenden Position über MinMax erfolgen, so würden 3 der 4 Punkte nicht erfüllt:

- Bei vollständiger Analyse sehr langsam (bis zu 42 Schritte müssen Simuliert und ausgewertet werden)

- Der Computer wäre perfekt und es gäbe keinen "Schraubregler" an dem dies Reduziert werden kann.

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Lösung: MinMax mit voreingestellter Tiefe

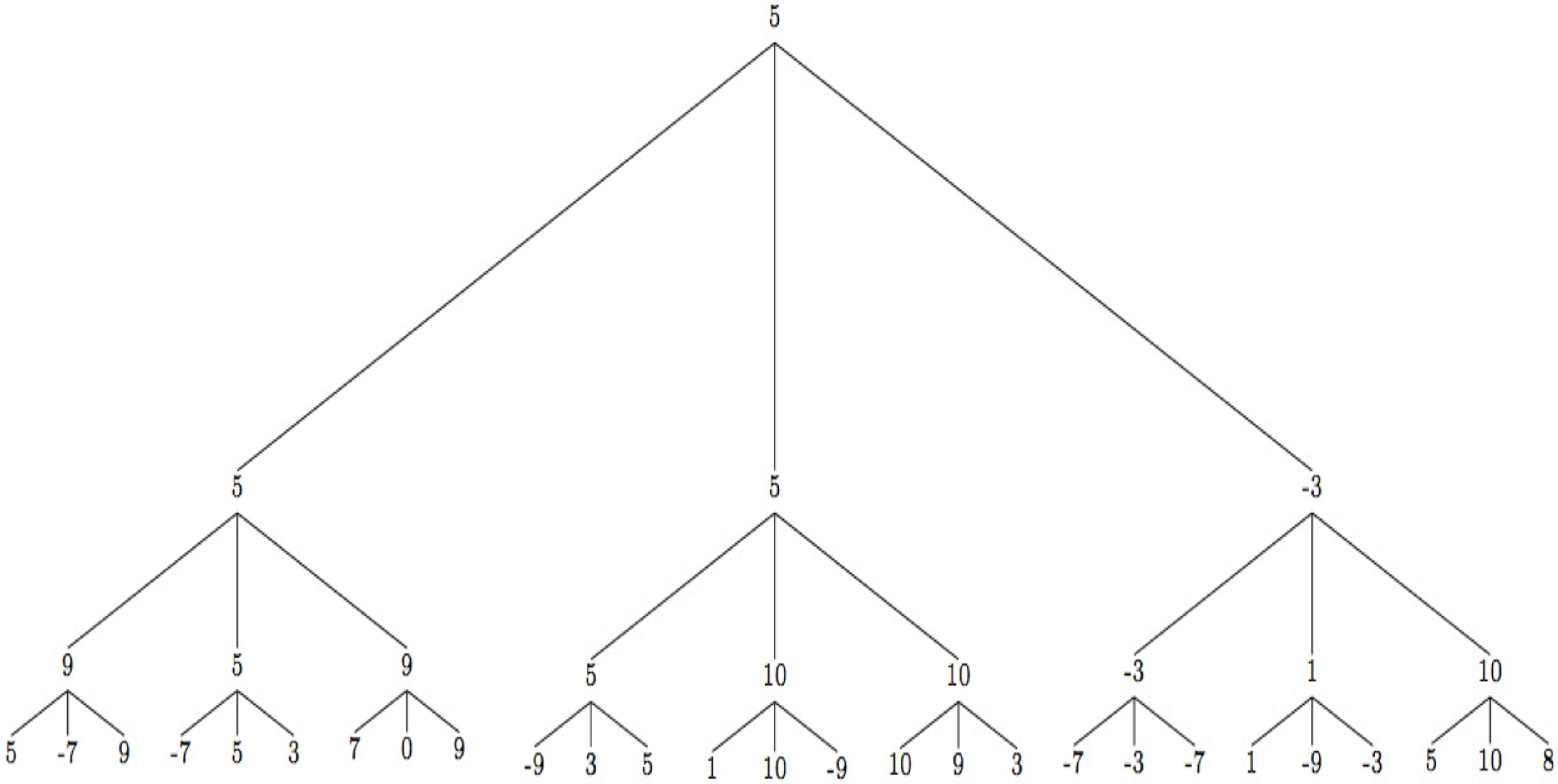
- Die Nutzenfunktion wird von den Endzuständen auf sämtliche Positionen im Spielbaum erweitert. Dabei kann auch von der Ursprünglichen groben Bewertung in Gewinn / Unentschieden / Niederlage abgewichen werden.

- Der MinMax Algorithmus sucht nun nicht mehr das Ganze Spiel ab sondern nur noch bis zur Festgelegten Tiefe.

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

- Vorteile:
  - Durch Verringerung der Tiefe, verringert sich auch die Intelligenz des Computer sowie die Rechendauer.
- Probleme
  - Das Verhältnis zwischen Rechendauer und Intelligenz noch nicht Optimal. Der MinMax Algorithmus ist noch zu ineffizient

Beispiel Minmax Auswertung



Alpha-Beta-Cut

- Die modifizierte Version des Minmax Algorithmus: Alpha-Beta-Cut

- Grundidee: Es Existieren Sicherheitsniveaus der Beiden Spieler zwischen denen nur die Werte der Suche interessant sind. Andere Werte können vernachlässigt werden.

Pseudocode:

```
abMax(n, alpha, beta){
if(n=0) return wert()
i:=1;
while(i <= n) {
w := si.abMin(n-1, alpha, beta);
if( w >= beta) return beta;                    (bedingter Befehl 1)
if(w > alpha) alpha := w;                 (bedingter Befehl 2)
i++;
}
return alpha;
}

abMin(n, alpha, beta)
```

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Lemma

Sei $n \geq 0, \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \alpha \leq \beta \Rightarrow$

$$\text{abmax}(n, \alpha, \beta) = \begin{cases} \alpha & \text{für } \max(n) \leq \alpha \\ \max(n) & \text{für } \alpha \leq \max(n) \leq \beta \\ \beta & \text{für } \beta \leq \max(n) \end{cases}$$

$$\text{abmin}(n, \alpha, \beta) = \begin{cases} \alpha & \text{für } \min(n) \leq \alpha \\ \min(n) & \text{für } \alpha \leq \min(n) \leq \beta \\ \beta & \text{für } \beta \leq \min(n) \end{cases}$$

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Implementierung

- Benutze Programmiersprache:

  PHP (PHP: Hypertext Preprocessor)

- Hauptsächliche Bewertungskriterien der Wertefunktion:

- Füllung der Möglichen Viererblöcke:
- Punkte für Einer, Zweier, Dreierreihen.

Vielen Dank für ihre

Aufmerksamkeit