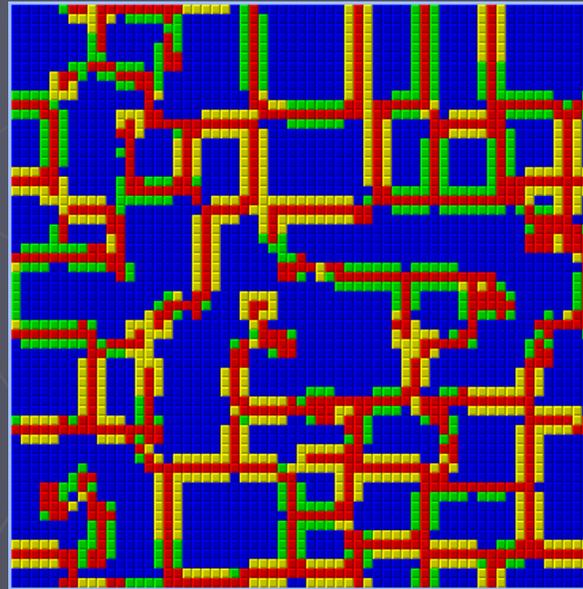


# Das iterierte Gefangenendilemma

Math. Institut  
LMU München



Seminar  
Spieltheorie  
SS 2004

I II III IV V VI

David Weikersdorfer

Benedikt Höfer

*I. Das Gefangenendilemma  
als iteriertes Spiel*

# Warum iteriertes Dilemma?

- **viele Situationen** lassen sich als iteriertes Gefangenendilemma analysieren:
  - **Sicherheitsdilemma** (z.B. Wettrüsten zwischen Ost- und Westmächten im Kalten Krieg)
  - Wirtschaft: **Kartellabsprachen**
- im Gegensatz zum einfachen GD erlaubt es der Faktor Zeit, auf die Entscheidung eines Konkurrenten zu einem späteren Zeitpunkt zu reagieren („Bestrafung“ bzw. „Belohnung“)

# Basisspiel

- Strategiemenge  $S = S_1 \times S_2 = \{0, 1\}^2$
- 0 = Defektion, 1 = Kooperation
- sinnvollerweise verlangt man

$$t > r > p > s$$

$t$  = temptation

$r$  = reward

$p$  = punishment

$s$  = sucker's payoff

1\2	0	1
0	<i>pay off?</i> $(r, r)$	$(t, s)$
1	$(s, t)$	$(r, r)$

# Iteriertes Spiel

- Form bzw. Historie:

$$H = \bigcup_{n=0}^{\infty} (\{0, 1\} \times \{0, 1\})^n \dot{\cup} (\{0, 1\} \times \{0, 1\})^{\mathbb{N}}$$

- disjunkte Vereinigung der endlichen Historien sowie der unendlichen Historie
- ein  $h \in H$  dokumentiert die Geschichte der Kooperation bzw. Nichtkooperation zweier Spieler

# Überblick über die Strategien

- ALWAYS D
- ALWAYS C
- RANDOM
- FRIEDMAN
- TIT FOR TAT
- JOSS
- DOWNING
- TESTER
- TRANQUILIZER

- ★ ~~Tit for Tat~~ (Drittel)
  - ★ ~~Always Cooperates~~ (Nicht)
  - ★ ~~Always Defects~~ (Nicht)
  - ★ ~~Random~~ (Nicht)
  - ★ ~~Friedman~~ (Nicht)
  - ★ ~~Tit for Tat~~ (Nicht)
  - ★ ~~JoSS~~ (Nicht)
  - ★ ~~Downing~~ (Nicht)
  - ★ ~~Tester~~ (Nicht)
  - ★ ~~Tranquilizer~~ (Nicht)
- ...und welche Strategie ist die beste?
- später...

# Nash-Gleichgewichte (1)

- im Fall des **endlich wiederholten Gefangenendilemmas** gibt es **nur ein Nash-Gleichgewicht**
- dieses Nash-Gleichgewicht besteht in der Strategie **permanenter Defektion** (IMMER D)
- Beweis: Vorlesung 6, Satz 2 (**Rückwärtsinduktion**)
- Kooperation scheint hier fragwürdig

# Nash-Gleichgewichte (2)

- im Fall des unendlich oft iterierten Dilemmas ist die Auswahl an Nash-Gleichgewichten größer
- ALWAYS D ist Nash-Gleichgewicht
- FRIEDMAN und TIT FOR TAT sind Nash-Gleichgewichte  $\Leftrightarrow \delta > \frac{t-r}{t-p}$
- Beweis:
  - FRIEDMAN: s. Vorlesung 6 (feste Werte)
  - TIT FOR TAT: Bedingung  $\frac{r}{1-\delta} > t + \frac{\delta p}{1-\delta}$

# Exkurs: Zelluläre Automaten (1)

- NOWAK und MAY: das GD wird auf einem  $(\mathbf{Z} \times \mathbf{Z})$ -Gitter gespielt
- jede Zelle spielt gegen sich selbst und gegen jede benachbarte Zelle (GD mit mehreren Spielern)
- die pay offs werden addiert
- nach jeder Runde übernimmt jede Zelle die Strategie der erfolgreichsten benachbarten Zelle

# Exkurs: Zelluläre Automaten (2)

- pay off ( $s = p$ ):

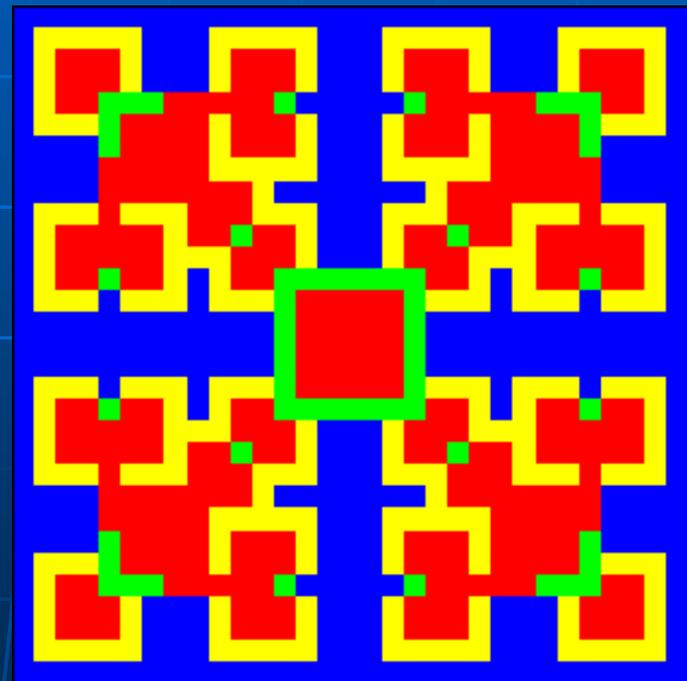
1\2	0	1
0	(0, 0)	( $t$ , 0)
1	(0, $t$ )	(1, 1)

- Legende:

CC DC

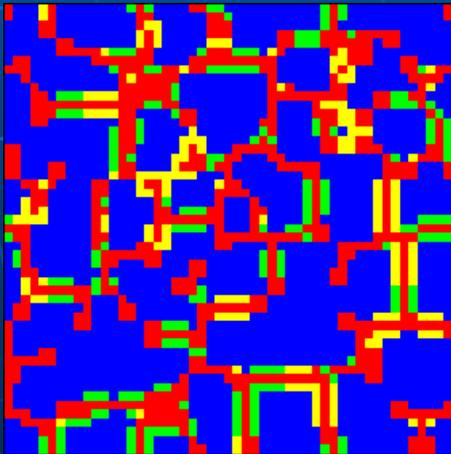
CD DD

dynamisches  
Fraktal ( $t = 1.85$ ):

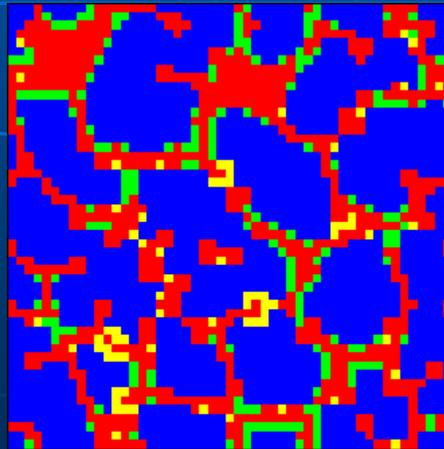


# Exkurs: Zelluläre Automaten (3)

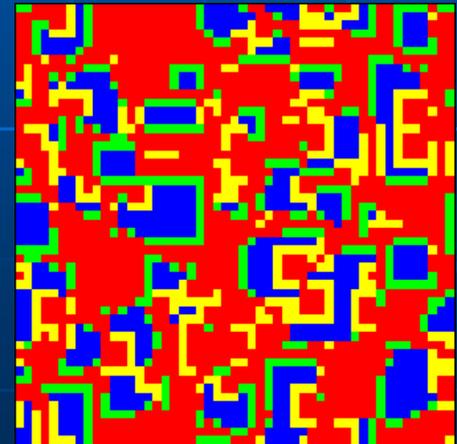
- Beispiel einer **Startverteilung**: 80 % *cooperators* und 20 % *defectors*
- Abhängigkeit vom Defektionsanreiz  $t$
- nach 10 Generationen:



$t = 1.72$



$t = 1.77$



$t = 1.82$



*II. Die Frage nach der  
besten Strategie*

# Negative Antwort

- Frage nach der besten Strategie ist vom Umfeld, d.h. von den anderen Strategien abhängig
- Beispiel: eine Strategie spielt ALWAYS D, eine andere FRIEDMAN. Was ist die beste Strategie? Die Antwort auf ALWAYS D ist ALWAYS D und die auf FRIEDMAN ist immer zu kooperieren.

# Turnier: Historisches

- **63 Einsendungen** von Personen aus unterschiedlichsten Fachgebieten (Mathematik, Psychologie, Wirtschaft...) aus mehreren Ländern der Welt
- die Strategien spielen **jeder gegen jeden** eine **zufällige Anzahl von Runden** (im Mittel 151)

# Turnier: Ergebnisse

- **TIT FOR TAT** war die **beste Strategie im Turnier** und gleichzeitig auch die einfachste
- zwischen den erfolgreichen Strategien lassen sich **Gemeinsamkeiten** finden

# TIT FOR TAT

- Entscheidungsregel: Kooperiere im ersten Zug und tue dann das, was der andere Spieler im Zug zuvor getan hat („Auge um Auge, Zahn um Zahn“)
- Freundlichkeit ermöglicht Kooperation
- Bestrafung von Defektion schützt vor Ausnutzung
- kombiniert perfekt gute Eigenschaften der Strategien

# TIT FOR TAT-Varianten (1): JOSS

- versucht mit einer gelegentlichen Defektion ungestraft davonzukommen (Defektion in 10 % der Fälle nach einer Kooperation des anderen Spielers)
- **Vorteil:** schneidet bei sehr gutmütigen Strategien besser ab
- **Problem:** führt im Spiel mit TIT FOR TAT oder sich selber zu Echos, und zwei Echos führen zur permanenten Defektion beider Seiten

# TIT FOR TAT-Varianten (2): TIT FOR n TAT

- erst nach  $n$  Defektionen wird defektiert
- **Vorteil:** Größere Toleranz führt in einigen Fällen zu mehr Erfolg (JOSS)
- **Nachteil:** leichter ausnutzbar (z.B. von RANDOM)

# TIT FOR TAT-Varianten (3): m TIT FOR TAT

- Defektiere nach einer Defektion m mal
- **Vorteil:** Nicht so leicht ausnutzbar
- **Nachteil:** gegen JOSS noch schlimmer
- ähnlich auch bei MEMORY

# Eigenschaften guter Strategien

- (1) Sei nicht neidisch.
- (2) Defektiere nicht als erster.
- (3) Erwidere sowohl Kooperation als auch Defektion.
- (4) Sei nicht zu raffiniert.

# (1) Sei nicht neidisch

- iteriertes Gefangenendilemma ist **kein Nullsummenspiel!**
- konzentriere dich auf deinen eigenen Erfolg und nicht darauf, besser als der andere zu sein
- Man kann zusammen Erfolg haben. Der eigene Erfolg ist sogar oft an den Erfolg des anderen gebunden.

## (2) Defektierer nicht als erster

- die Antwort auf unbegründete Defektion ist **Vergeltung**
- **Schaden für beide** ( $t + p < 2r$ )
- die besten 8 Strategien waren **freundlich** (Beginn mit Kooperation), die schlechtesten 8 **unfreundlich** (Beginn mit Defektion)

### (3) Erwidere sowohl Kooperation...

- Ziel ist Kooperation
- übertriebene Rachsucht führt zu gegenseitiger Defektion (FRIEDMAN als extremes Beispiel)
- Verzeihung als Mittel um Eskalation vorzubeugen (**vgl. JOSS gegen TIT FOR TAT**)

# ... als auch Defektion

- große Toleranz von Defektion verleitet die andere Strategie dazu sich immer mehr zu erlauben
- die Rangfolge unter den freundlichen Regeln ist davon abhängig, wie sie mit den unfreundlichen Strategien klarkommen
- $\Rightarrow$  unfreundliche Regeln als „**Königsmacher**“

## (4) Sei nicht zu raffiniert

- undurchschaubare Strategien sind RANDOM sehr ähnlich
- optimale Strategie gegen RANDOM ist ALWAYS D!
- einfache, durchschaubare Strategien ermöglichen es dem anderen sich anzupassen

# Exkurs: Vergleich mit einem Nullsummenspiel

- Beispiel: Schach
- Maximierung des eigenen Gewinns führt zu Verlusten des Gegners
- Kooperation keine gewinnbringende Lösung
- versuche möglichst undurchschaubar zu sein, um den anderen zu Fehlern zu verleiten

*III. Axelrods „transzendente“  
Spieltheorie*

# Axelrods Ansatz

- ROBERT AXELROD fragt in „*Die Evolution der Kooperation*“ (1984) nach der „**Bedingung der Möglichkeit**“ nicht von Erkenntnis (KANT), sondern von Kooperation
- damit verfolgt Axelrod das **Projekt einer ins Transzendente gewendeten Spieltheorie**
- → Was sind **notwendige Bedingungen**, damit sich kooperative Strategien durchsetzen?
- → wie kann man **Kooperation fördern**?

# Bedingung 1: Der pay off

- notwendige Bedingung für Kooperation:

$$r > \frac{1}{2} (s + t)$$

- sonst wäre es attraktiver, sich abwechselnd „hereinzulegen“: bei den ungeraden Spielzügen betrügt der 1 die 2 und bei den geraden Spielzügen betrügt die 2 den 1
- die Voraussetzung  $t > r$  ist keine Bedingung für Kooperation, aber eine Bedingung dafür, dass die Frage nach Kooperation interessant ist

# Exkurs: Spiele mit $2r < s + t$

- in diesem Fall handelt es sich um ein neues Spiel: das **Lift-Dilemma**
- Beispiel **Musikhören**: abwechselnde gegenseitige Beschallung bringt im Hedo-Kalkül mehr „Genusspunkte“ als ständige Rücksichtnahme
- die besten pay offs erhält man durch „**zweite Ebene**“ der Kooperation: Spieler einigen sich auf abwechselnde Defektion und Kooperation
- einen Ausweg aus diesem Dilemma zeigen nur **gemischte Strategien**

## Bedingung 2: Offenheit der Zukunft (1)

- es darf nicht bekannt sein, wie oft das Gefangenendilemma gespielt wird
- damit Kooperation zustande kommen kann, muss der letzte Spielzug immer „dahingestellt bleiben“
- **Implementierung** im Programm: zufällige Rundenanzahl (z.B. Wahrscheinlichkeit des Abbruchs nach der  $n$ -ten Runde = .05)

## Bedingung 2: Offenheit der Zukunft (2)

- **Beweis** durch „*backward induction*“:
  - falls bekannt ist, dass es  $n$  Runden gibt, kann man in der letzten Runde defektieren, da vom  $n$ -ten Zug keine Zukunft abhängt
  - dann kann man aber auch in der  $(n - 1)$ -ten Runde defektieren, da das Verhalten der Spieler in der  $n$ -ten Runde schon feststeht
- **Fazit:** ALWAYS D ist das einzige Nash-Gleichgewicht

# Bedingung 3: Bedeutung der Zukunft

- der Diskontfaktor  $0 < \delta \leq 1$  beziffert die Bedeutung der Zukunft
- damit sich Kooperation entwickeln kann, muss die Zukunft als hinreichend wichtig eingeschätzt werden, d.h.  $\delta$  muss genügend nahe bei 1 liegen (vgl. Nash-Gleichgewichte)
- falls die Zukunft bedeutungslos ist (kleines  $\delta$ ), spricht nichts gegen Defektion
- einfaches GD als iteriertes Dilemma mit belangloser Zukunft ( $\delta = 0$ )

# Axelrods Ratschläge

- aus den Bedingungen für Kooperation entwickelt Axelrod **Ratschläge**, wie Kooperation gefördert werden kann
  - Erweitere den Schatten der Zukunft.
  - Ändere die Auszahlungen.
  - Unterweise die Menschen, sich umeinander zu kümmern.
  - Unterweise in Sachen Reziprozität.
  - Verbessere die Erinnerungsfähigkeit.

# (1) Erweitere den Schatten der Zukunft

- i.d.R. Zukunft weniger wichtig als Gegenwart (Interaktion könnte abbrechen: Tod, Bankrott...)
- wie kann man den **Schatten der Zukunft erweitern?**
  - Interaktionen dauerhafter machen
  - Interaktionen häufiger stattfinden lassen
- Beispiel Rüstungskontrolle:
  - Abrüstungsvertrag in viele kleine Schritte unterteilen
  - Gegenseitigkeit wird wirksamer

## (2) Ändere die Auszahlungen

- **Steuerzahlen** als Gefangenendilemma: niemand zahlt gern seine Steuern  $\Rightarrow$  Defektion = Steuerhinterziehung
- **Regierungen** sind in solchen Fällen da, die effektiven Auszahlungen zu verändern
- **Steuerhinterziehung wird bestraft**, d.h. der pay off einer Defektion wird verringert
- bei  $t < r$  ist das Dilemma verschwunden



*IV. Entwicklung von  
Kooperation*

# Entwicklung von Kooperation

- Beispiel 1: Stellungskrieg im 1. Weltkrieg
- Beispiel 2: Biologische Systeme
- Strukturen, die zu Kooperation führen

# Erster Weltkrieg (1)

- komplett feindliche oder lebensbedrohliche Umgebung: „töten oder getötet werden“
- Besonderheiten des Stellungskriegs
- iteriertes Gefangenendilemma anwendbar
- spontane Kooperation zwischen gegnerischen Infanterieeinheiten (nicht Artillerie!) entgegen der Befehle des Oberkommandos und des „gesunden Menschenverstandes“

# Erster Weltkrieg (2)

- „Leben und leben lassen“
- aus Angst vor Rache fängt man gar nicht erst an mit dem Ärger
- Zeiten des Waffenstillstandes an Weihnachten oder bei Regenwetter
- sogar Sorge und Mitleid (Entschuldigung für Artilleriefeuer)

# Kooperation in der Biologie (1)

- Kooperation zwischen Symbionten
- Sicherung durch Demonstration von Stärke (Ausbrechen von Krankheiten in Entspannungsphasen)
- Kooperation oder sogar Aufopferung bei nahen Angehörigen
- Hauptsache, die Art überlebt

# Kooperation in der Biologie (2)

- Reaktion auf die Umwelt (RANDOM, ALWAYS D, ALWAYS C sind keine guten Strategien)
- Unterscheidungsmerkmale und die Fähigkeit, andere zu erkennen, fördern Kooperation (Bakterien  $\leftrightarrow$  Mensch)
- ideale Veranschaulichung von **kollektiver Stabilität**

# Strukturen, die zu Kooperation führen

- Erkennungszeichen, Stereotypen
- Ruf
- Hierarchien
- Gebietsaufteilung
  - Interaktion mit bekannten Nachbarn wahrscheinlicher als mit Fremden
  - vgl. Bilder am Anfang

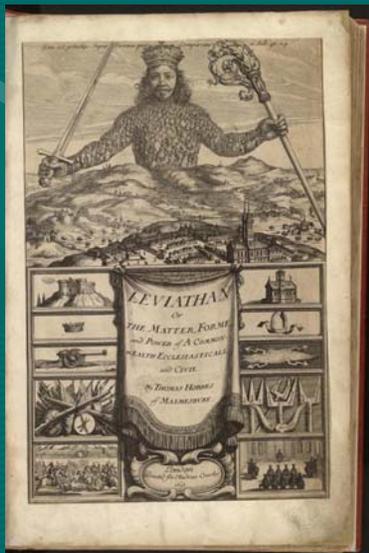
*V. homo homini lupus?*

# THOMAS HOBBS (1588-1679)

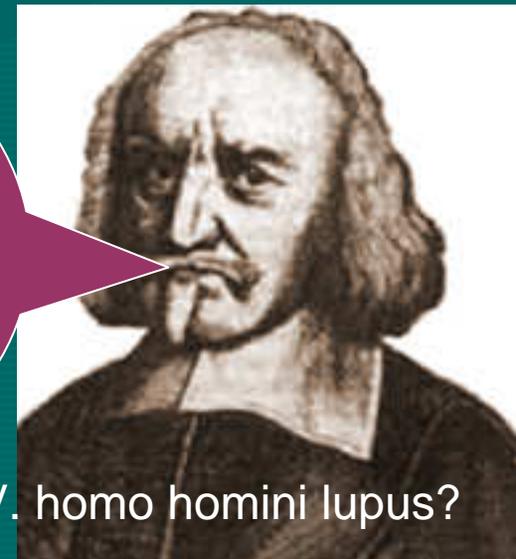
- englischer Theoretiker des Staatsabsolutismus
- wichtigstes Werk: „**Leviathan**“ (Plädoyer für eine totale Unterwerfung unter den Staat)
- was er mit dem Gefangenendilemma zu tun hat:
  - seine Thesen werden durch das Gefangenendilemma teilweise revidiert bzw. modifiziert
  - Robert Axelrod tritt in „Die Evolution der Kooperation“ mit dem Anspruch auf, Hobbes widerlegt zu haben

# HOBBS: Thesen (1)

- der Naturzustand ist von einer rücksichtslosen Konkurrenz zwischen Egoisten gekennzeichnet, ein „**bellum omnium contra omnes**“
- Bedingung der Möglichkeit von Kooperation ist der absolutistische Staat  $\Rightarrow$  **rigider Regierungsapparat**



the life of  
man, solitary,  
poor, nasty,  
brutish, and  
short



V. homo homini lupus?

# HOBBS: Thesen (2)

- pessimistische Anthropologie: „**homo homini lupus**“: der Mensch ist ein **Egoist**, der nach eigenem Vorteil strebt, nach Erhaltung der eigenen Existenz und nach dem **Besitz möglichst vieler Güter**
- in einer Welt voller Egoisten hat man dann den größtmöglichen Nutzen, wenn jeder das tut, was für ihn selbst den größten Vorteil bringt

# HOBBS revidiert (1)

- Hobbes: in einer Welt von Egoisten hat jeder den größtmöglichen Nutzen, wenn jeder das tut, was ihm den größten Vorteil bringt
- Fazit Gefangenendilemma: jeder hat den größtmöglichen Nutzen, wenn jeder das tut, was ihm und **anderen** den größten Vorteil bringt
- **ALWAYS D** (Strategie des rücksichtslosen Egoismus) erzielt zwar mindestens genauso viele Punkte wie jede andere Strategie, **gehört** aber trotzdem zu den **kläglichen Verlierern** des Turniers

# HOBBS revidiert (2)

- Hobbes: Kooperation ohne zentralen Herrschaftsstab nicht möglich
- Axelrod: Turnier (virtuell) und Beispiele aus Biologie und Geschichte (real) zeigen, dass sich Kooperation unter geeigneten Bedingungen ohne äußere Regulierung entwickeln kann

**Hobbes erledigt?**

# HOBBS rehabilitiert!

- Axelrod gibt zwar Beispiele für das Gelingen von Kooperation, kann aber nicht leugnen, dass sie in vielen Fällen aber auch scheitern kann
- in solchen Fällen ist – und da passt Axelrod gut zu Hobbes – liegt es z.B. am Staat, die günstigen Bedingungen für Kooperation zu schaffen
- dies geschieht v.a. durch **Änderung der Auszahlungen** durch entsprechende Gesetze (z.B. Steuerhinterziehung unattraktiv machen)

# Altruismus im Gefangenendilemma?

- Hobbes These vom egoistischen Menschen ist von Axelrod mitnichten widerlegt worden
- der Kooperationspartner ist nämlich zunächst nur Mittel zum Zweck der eigenen pay off-Maximierung
- man kooperiert nicht, weil der andere **Zweck an sich** (Kriterium für Altruismus) ist, sondern „notgedrungen“
- von daher ist der Begriff „Altruismus“ im Kontext des Gefangenendilemmas mit Vorsicht zu gebrauchen (besser wäre „versteckter Egoismus“)

# Was ist Altruismus? (1)

- „Man kann für eine große Klasse von Fällen der Benützung des Wortes ‚Bedeutung‘ – wenn auch nicht für alle Fälle seiner Benützung – dieses Wort so erklären: **Die Bedeutung eines Wortes ist sein Gebrauch in der Sprache.**“  
(LUDWIG WITTGENSTEIN, *Philosophische Untersuchungen*, § 43)
- ⇒ um die Bedeutung des Wortes Altruismus zu klären, müssen wir seinen Gebrauch analysieren

# Was ist Altruismus? (2)

- Überlegung zur Klärung des Sprachgebrauchs:
- **Springe ich dem Ertrinkenden nach, um**
  - (1) mein Prestige zu erhöhen oder
  - (2) um ihn zu retten?
- wir nennen (1) egoistisch und (2) altruistisch
- die pay offs sind aber in beiden Situationen identisch
- $\Rightarrow$  pay off keine hinreichende Bedingung für Altruismus

# Was ist Altruismus? (3)

- eine Handlung ist nicht per se altruistisch, weil durch sie der pay off anderer optimiert wird
- Der Erfolg von TIT FOR TAT bzw. das von Axelrod analysierte Phänomen der Kooperation ist also kein Beweis für Altruismus im normalsprachlichen Sinn
- die Spieltheorie stößt bei der Bestimmung des Begriffs Altruismus an ihre Grenzen
- zur Vermeidung von Verwirrungen sollte im spieltheoretischen Kontext vorsichtshalber von Altruismus\* gesprochen werden

# Was ist Altruismus? Fazit! (4)

- Frage wird nicht von der Spieltheorie, sondern nur von der **Handlungstheorie** befriedigend gelöst
- in der Handlungstheorie unterscheidet man zwischen **motivierenden Folgen** (Folgen, deretwegen eine Handlung ausgeführt wird) und **in Kauf genommenen Folgen** (tolerierete Begleiterscheinungen)
- notwendige Bedingung für Altruismus ist, dass die Optimierung des pay offs des anderen **motivierende Folge** ist
- **Kriterium:** der andere ist Zweck an sich, nicht nur Mittel zu meiner eigenen pay off-Maximierung

# *VI. Reprise: Das Programm*

# Installation und Start

- selbstentpackendes Archiv herunterladen ([www.ikabur.de/Downloads/ItDil/ItDil-1.0-win-install.exe](http://www.ikabur.de/Downloads/ItDil/ItDil-1.0-win-install.exe), Link auch in Wikiludia)
- Archiv **ItDil-1.0-win-install.exe** in beliebig wählbares Verzeichnis entpacken
- Programmstart durch Aufruf von **itdil.exe**
- Produktaktivierung nicht erforderlich

# Strategien spielen lassen

- Strategien auswählen
- Im Menü „**Duell**“ auswählen
- wenn man selber spielt: über die Buttons „Cooperate“ und „Defect“ die eigene Wahl eingeben
- Achtung mit „Duell x 10“ und selber spielen (das kann lange dauern...)
- Graphik, die in der Mitte erscheint, gibt Zugübersicht

# Turnier durchführen

- im Menü „Tournament“ auswählen
- im Kommandozeilenfenster erscheint eine Übersicht
  - durchschnittliche Wertung der Strategien
  - Matrix mit Ergebnissen „Jeder gegen jeden“

# Wer's immer noch nicht glaubt...

- wer glaubt, dass sich eine so primitive Strategie wie TIT FOR TAT verbessern lassen muss, ist eingeladen, eine eigene zu programmieren und diese an die Referenten zu schicken
- dem Gewinner winken zwar keine wertvollen Sachpreise, aber ein bleibendes Andenken in der Geschichte der Spieltheorie...

# Literaturverzeichnis

- ROBERT AXELROD, *The Evolution of Cooperation*, New York 1984: Basic Books (englisch)
- ROBERT AXELROD, *Die Evolution der Kooperation*, München 1988: Oldenbourg (deutsch)
- THOMAS HOBBS, *Leviathan*, Frankfurt a.M. 1984: Suhrkamp

