

Spieltheorie - Drei-Punkte-Regel im Fußball

Julia Fuchs, Philipp Höfer, Andreas Holzhammer

1. Juni 2004

1 Voraussetzungen: Fußball-Wettbewerbe

1.1 Liga

- Teilnehmerzahl: $n \geq 10$
- Spielmodus: jeder gegen jeden zweimal.
- Jeder Teilnehmer spielt $2n - 2$ -mal
- Gesamtzahl der Spiele: $n * (n - 1)$
- Punktevergabe: Sieg 3 Punkte, Unentschieden 1 Punkt, Niederlage 0 (nach alter Regel: Sieg: 2 Punkte)
- Rangordnung der Teilnehmer nach: Summe der erreichten Punkte, dann nach Differenz geschossene Tore - kassierte Tore, dann nach Zahl der geschossenen Tore [Tabellen-Beispiel]
- Ziel: 1. Rang bzw. Klassenerhalt

1.2 Kleingruppe

- Teilnehmerzahl: 4
- Spielmodus: jeder gegen jeden.
- Jeder Teilnehmer spielt 3-mal
- Gesamtzahl der Spiele: 6
- Punktevergabe: Sieg 3 Punkte, Unentschieden 1 Punkt, Niederlage 0 (nach alter Regel: Sieg: 2 Punkte)
- Rangordnung der Teilnehmer nach: Summe der erreichten Punkte, dann direkter Vergleich, dann nach Differenz geschossene Tore - kassierte Tore, dann nach Zahl der geschossenen Tore [Tabellen-Beispiel]
- Ziel: 1. oder 2. Rang

1.3 EM, WM

Im Sinne der vorher dargestellten Wettbewerbe werden bei einer EM (WM) 4 (8) Kleingruppenwettbewerbe parallel ausgetragen. Deren Erst- und Zweitplatzierte ermitteln den Gesamtsieger im K.O.-System.

2 Aufgabe

Wir wollen mehr Tore. Daher soll öfter offensiv gespielt werden. Wird das durch die Drei-Punkte-Regel erreicht?

Zur spieltheoretischen Modellierung werden nur die Entscheidungen der Trainer beachtet.

3 Kleingruppe

3.1 Zu Wettbewerbsbeginn

Da wir es nur mit 4 Teilnehmern und 6 Begegnungen zu tun haben, können wir es uns leisten, konkrete Szenarien zu betrachten. Für einen einzelnen Teilnehmer gibt es 10 prinzipiell unterschiedliche Möglichkeiten des Wettbewerbsverlaufs:

Siege	Unentschieden	Niederlagen	Punktzahl mit 3-P-Regel	mit 2-P-Regel
3	0	0	9	6
2	1	0	7	5
2	0	1	6	4
1	2	0	5	4
1	1	1	4	3
1	0	2	3	2
0	3	0	3	3
0	2	1	2	2
0	1	2	1	1
0	0	3	0	0

- Ist folgendes möglich: A verbucht einen Sieg mehr als B, dennoch kommt B weiter und A nicht?
- In welchen Fällen resultiert aus der Änderung der Punktevergabe eine andere Rangordnung?

3.1.1 Szenario: Mannschaft A 1 Sieg, 0 Unentschieden, 2 Niederlage; B 0-3-0

Das ist unmöglich: A-B müsste unentschieden ausgehen; A hat aber kein Unentschieden verbucht.

Somit ist die erste Frage für die 3-Punkte-Regel mit „Nein“ beantwortet.

3.1.2 Szenario: A 1-0-2; B 0-2-1

In diesem Fall kommen immer C und D weiter.

3.1.3 Szenario: A 1-1-1; B 0-3-0

- zu Frage 1:

Bei Anwendung der 3-Punkte-Regel liegt ohnegleichen A (4 Punkte) vor B (3 P). Folgende Spielausgänge sind bestimmt:

A	B	Unentschieden	und o.E.:	A	C	Sieg C
B	C	Unentschieden		A	D	Sieg A
B	D	Unentschieden				

⇒ Punkte (2P): A 3, B 3, C 3+x, D 1+(2-x), wobei x vom Ausgang der Begegnung C-D abhängt.

A benötigt dann in jedem Fall eine gute Torbilanz.

- zu Frage 2:

Für C und D ergeben sich folgende mögliche Konfigurationen:

Spielausgang C-D	(a) Sieg C	(b) Unentschieden	(c) Sieg D
Konfiguration C	2-1-0	1-2-0	1-1-1
Konfiguration D	0-1-2	0-2-1	1-1-1
Punkte C 2P/3P	5/7	4/5	3/4
Punkte D 2P/3P	1/1	2/2	3/4
Rangordnung 2P	C-A/B-D	C-A/B-D	A/B/C/D
Rangordnung 3P	C-A-...	C-A-...	A/C/D-B

An den Szenarien (a) und (b) sieht man klar, dass ein Sieg aufgewertet wurde.

- Beispiel zu „Sieg C“

Diese Situation trat genau einmal ein: WM 1958 in Schweden, Gruppe 4

Brasilien	3	0	Österreich
England	2	2	Sowjetunion
Sowjetunion	2	0	Österreich
Brasilien	0	0	England
Österreich	2	2	England
Brasilien	2	0	Sowjetunion

Rang		S-U-N	2P	3P	T
1	Brasilien	2-1-0	5	7	5:0
2	Sowjetunion	1-1-1	3	4	4:4
	England	0-3-0	3	3	4:4
4	Österreich	0-1-2	1	1	2:7

Damals gab es noch ein Entscheidungsspiel, das die Sowjetunion mit 1:0 gewann.

3.1.4 Szenario: A 2-0-1; B 1-2-0

- zu Frage 1:

Folgende Spielausgänge sind bestimmt:

A	B	Sieg B	
A	C	Sieg A	
A	D	Sieg A	⇒ Punkte: A 4, B 4, C 1+x, D 1+(2-x)
B	C	Unentschieden	
B	D	Unentschieden	

Egal, wie die Begegnung C-D ausgeht: A und B kommen weiter. Daher ist das Szenario höchstens dann relevant, wenn der Zweitplatzierte im weiteren Wettbewerb einen übermächtigen Gegner zu erwarten hätte.

- zu Frage 2:

Aus Symmetriegründen wird im Spiel C-D ein Sieg von D ausgeschlossen.

Spielausgang C-D	(a) Sieg C	(b) Unentschieden
Konfiguration C	1-1-1	0-2-1
Konfiguration D	0-1-2	0-2-1
Punkte C 2P/3P	3/4	2/2
Punkte D 2P/3P	1/1	2/2
Rangordnung 2P	B-A-...	B-A-...
Rangordnung 3P	A-B-...	A-B-...

Also wird die Verteilung der ersten beiden Plätze vertauscht - die Siege von A sind jetzt wertvoller.

- Beispiel

WM 1998 in Frankreich:

Rang		S-U-N	3P	2P
1	Brasilien	2-0-1	6	4
2	Norwegen	1-2-0	5	4
3	Marokko	1-1-1	4	3
4	Schottland	0-1-2	1	1

Da Brasilien-Norwegen 1:2 gespielt hat, hätten sich die Plätze 1. und 2. vertauscht bei der alten Regel.

Rang		S-U-N	3P	2P
1	Nigeria	2-0-1	6	4
2	Paraguay	1-2-0	5	4
3	Spanien	1-1-1	4	3
4	Bulgarien	0-1-2	1	1

Da Nigeria-Paraguay 1:3 gespielt hat, hätten sich die Plätze 1. und 2. vertauscht bei der alten Regel.

3.2 Entscheidung zu Beginn des dritten Spiels

3.2.1 Aktuelles Beispiel: EM 2004, Gruppe D

Tschechien	2	1	Lettland
Deutschland	1	1	Niederlande
Lettland	0	0	Deutschland
Niederlande	2	3	Tschechien
Niederlande	3	0	Lettland
Deutschland	1	2	Tschechien

	Rang	S-U-N	3P	2P	
Tabelle nach 2 Spielen:	1	Tschechien	2-0-0	6	4
	2	Deutschland	0-2-0	2	2
	3	Niederlande	0-1-1	1	1
	4	Lettland	0-1-1	1	1

4 Liga

4.1 Entscheidung zu Wettbewerbsbeginn

4.1.1 Szenario: Abstiegskandidat

Nach alter Regelung landete ein erfolgreich defensiv spielendes Team (\Rightarrow hauptsächlich Unentschieden) mit ca. 34 Punkten im Mittelfeld. Zum Klassenerhalt benötigt man mittlerweile schon ca. 40 Punkte. Daher werden Abstiegskandidaten auch gerne einmal gegen stärkere Mannschaften offensiv spielen.

4.1.2 Pro und Contra Drei-Punkte-Regel

- Pro

Anreiz für riskantere Spielweise

Aufwertung eines Sieges, Abwertung eines Unentschiedens

- Contra

Möglicher psychologischer Nachteil dadurch, dass Punktabstände (z.B. zum Spitzenreiter / Schlusslicht) größer wirken und somit frühzeitig demotivieren.

Kompliziertere Analyse der Tabelle (Studie aus Dortmund: Möglichkeit, noch Meister werden zu können, schneller vorbei)

„Wir spielen eh auf Sieg“

4.2 Entscheidung zu Spielbeginn

Modell

$i = 1, 2$ Spieler

$S_i \in \{O, D\}$, wobei $O =$ offensives, riskantes Spiel (Kontergefahr!)
 $D =$ defensives Spiel

Wahrscheinlichkeitsannahmen

$\Omega := \{„1 siegt“, „Unentschieden“, „2 siegt“\}$

Aus rechnerischen Gründen: $p(\Omega) := 11$

Ausgang \ Strategie	(O,O)	(O,D)	(D,O)	(D,D)
p(„1 siegt“)	5	4	4	3
p(„Unentschieden“)	1	3	3	5
p(„2 siegt“)	5	4	4	3

Spieloutcome	Sieg 1	Unentschieden	Sieg 2
(3P)Auszahlung ν_1, ν_2	3,0	1,1	0,3
(2P)Auszahlung ν'_1, ν'_2	2,0	1,1	0,2

Nutzen:

$$\mu_i(S_1, S_2) = \sum_{\omega \in \Omega} \nu_i(\omega) p(\omega)$$

$$\text{z.B. } \mu_1(O, D) = 3 \cdot 4 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot 4$$

		2					
	2P	O	D		3P	O	D
1	O	11,11	11,11		1	16,16	15,15
	D	11,11	11,11		D	15,15	14,14

← Nash-GG bei (O,O)

4.3 Spielstand 1:0

Modell wie oben

Neue Wahrscheinlichkeitsannahmen

Ausgang \ Strategie	(O,O)	(O,D)	(D,O)	(D,D)
p(„1 siegt“)	6	7	7	8
p(„Unentschieden“)	4	4	3	3
p(„2 siegt“)	1	0	1	0

		2		
	2P	O	D	
1	O	16,6	18,4	← Nash-GG bei (D,O)
	D	17,5	19,3	

		2		
	3P	O	D	
1	O	22,7	25,4	← Nash-GG bei (D,O)
	D	26,6	27,3	

4.3.1 Szenario: Direkte Konkurrenzsituation

An einem fortgeschrittenen Spieltag treffen zwei Teams aufeinander, die sich um den Meistertitel (die Champions-League-Teilnahme, den Klassenerhalt) streiten. Ein Punkt für das eine Team wäre dann ein Minuspunkt für das jeweils andere:

Spielausgang	Sieg 1	Unentschieden	Sieg 2
Nutzen μ_1, μ_2	3,-3	0,0	-3,3

4.3.2 Pro und Contra Drei-Punkte-Regel

- Pro
Bei Gleichstand verlagert sich das Nash-GG auf die Strategie (O,O); d.h. Taktik, Mannschaftsaufstellung usw. könnten von Spielbeginn an offensiver ausgerichtet werden.
- Contra
Bei Führung einer Mannschaft ist die Drei-Punkte-Regel sinnlos, kann sogar zu entgegengesetzter Wirkung (unattraktiver Fußball) führen.

4.4 Statistik

	2P 1986-95	3P 1995-2003	Zu-/Abnahme
\emptyset Anzahl Siege pro Saison	218	226	+3,7%
\emptyset Anzahl Unentschieden pro Saison	92	80	-13%
\emptyset Anzahl Tore pro Saison	898	872	-2,9%

5 Quellen

- Korrespondenz mit kicker Sportmagazin, Abteilung Redaktion / Dokumentation
- <http://fussballdaten.de/>
- Computer Bild Heft-CD-ROM 11/2004: Die große Fußballchronik 2.0 (Weltmeisterschaften)
- (Korrespondenz mit FIFA und DFB brachte keine Ergebnisse)