LEKTION 3

1. Duopole und Jobvermittlung: Erweiterung des Begriffs der extensiven Form eines Spiels und mehr zum Eliminationsverfahren durch Dominanz

Nebenthema: Vollständige Information, vollkommene Inf.

Spiel $\rightarrow$ Normalform ($\Rightarrow$ Nash Gleichgewicht) / extensive Form

1.1. **Cournot - Duopol.** 2 Firmen, die ein homog. Produkt produzieren und verkaufen.
Produktion: $s_1, s_2 \in [0, R]$, $p(s_1, s_2) := P - (s_1 + s_2) \geq 0$
Kosten: $c \cdot s_i,\ c > 0$

$$u_i(s_1, s_2) = p(s_1, s_2) \cdot s_i - cc \cdot s_i = (p - c) \cdot s_i$$

Simultan entscheiden: Analyse: 1 trachtet danach bei Vergabe von $s_2 \in [0, R]$ die Funktion u_i zu maximieren, d.h. $\frac{\partial u_1}{\partial s_1} = 0$ lösen.

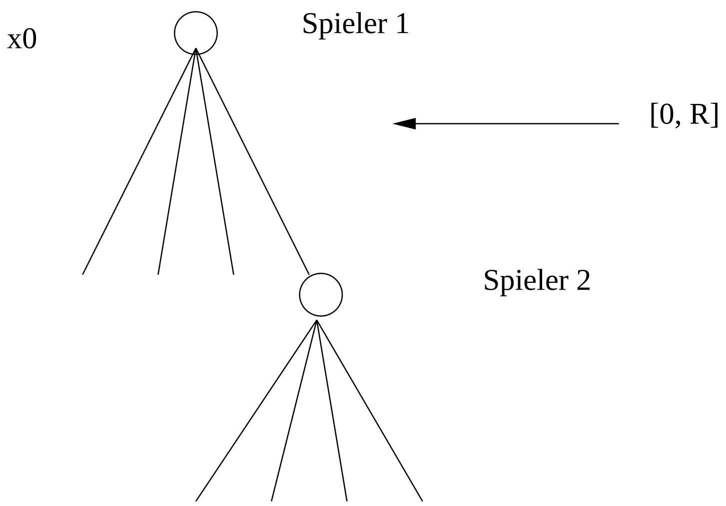
$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial s_1} &= (-1) \cdot s_1 + p(s_1, s_2) - c = \\ &= -s + p - s_1 - s_2 - c = \\ &= 0 \\ \\ s_1 &= \frac{1}{2}(P - c - s_2) \qquad Max.! \end{aligned}$$

Nashgleichgew. bei $s_1^*, s_2^* : u_1(s_1^*, s_2^*) \geq u_1(s_1, s_2^*)$ und $u_2(s_1^*, s_2^*) \geq u_2(s_1^*, s_2)$. D.h.

$$\begin{aligned} s_2^* &= \frac{1}{2}(P - c - \frac{1}{2}(P - c) + \frac{1}{2} \cdot s_2^* = \frac{1}{4}(P - c) + \frac{1}{4} \cdot s_2^* \\ s_2^* &= \frac{1}{3}(P - c) = s_1^* \qquad \text{n-Spieler: } s_i^* = \frac{1}{n+1}(P - c) \end{aligned}$$

1.2. **Cournot - Oligopol.** m Firmen, die ein homog. Produkt produzieren und verkaufen.

1.3. **Stackelberg: sequentielles Spiel.** Erst zieht 1 und zwar: $s_1 = \frac{1}{2}(P - c)$. s_2 antwortet: $s_2 = \frac{1}{2}(P - c - s_1) = \frac{1}{4}(P - c)$.
Extensive Form:

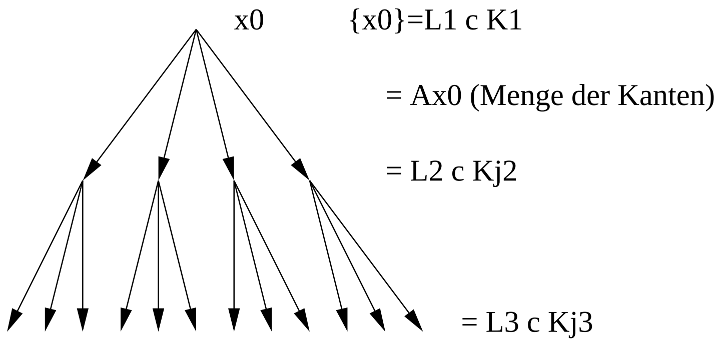


Erweiterung Nr. 1: Als Spielbaum sollten auch Graphen mit unendlich vielen Kanten zugelassen werden.
Graph B besteht aus K Knoten und A Kanten und $b:\ A \rightarrow K,\ e:\ A \rightarrow K$.
Pfad $a_1, a_2, \ldots, a_n \in A$. Notation: $[(a_j)_{j \in \mathbb{N}}]$. $e(a_j) = b(a_{j+1}),\ b(a_j) = e(a_{j+1})$.
B zusammenhängend $:\leftrightarrow$ Je zwei $x_1, x_2 \in K$ lassen sich duch einen Pfad verbinden.

Eine Schleife ist ein geschlossender Pfad.

Theorem 1.1. *B ist zusammenhängend und ohne Schleife gdw. je zwei Knoten lassen sich eindeutig miteinander durch einen Pfad verbinden. B zusammenhängend und ohne Schleife und* $x_0 \in K$ *(Wurzelknoten).*

Extensive Form:



1.4. **Jobvermittlung.** Spieler 4 entspricht dem Personalchef / GF?? hat eine Stelle zu besetzen. Spieler 1, 2, 3 sind Bewerber un kommen nacheinander und zufällig. Qualitäten: Spieler j hat j

Erweiterung 1: Ax?? nicht notwendig endlich.

Erweiterung 2: Zufall spielt mit!

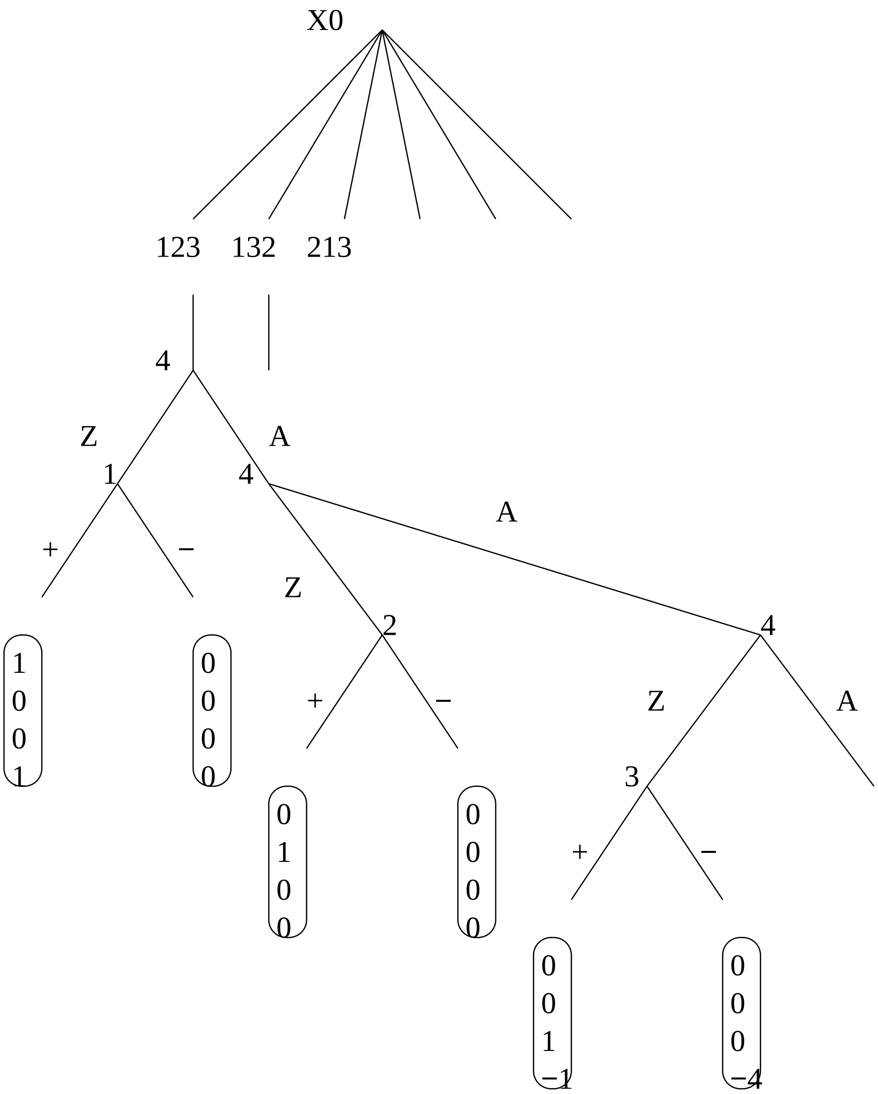
Erweiterung 3: Keine Zeitfolge $K \backslash Z = L_1 \cup \cdots \cup L_n$.

Erweiterung 4: Unvollkommene Information: $K_j = I_1(j) \cup I_2(j) \cup \cdots \cup I_n(j)$.

Erweiterung 5: Unvollständige 1. ??

Erweiterung 6: Unendlich viele Züge (Knoten).

Stachelberg (Cornot): $P - c = 1$, 1 hat Strategie $s_1 = \frac{1}{2}$ und $s_1 = \frac{1}{3}$. 2 hat Strategie $s_2 = \frac{1}{3}$ und $s_2 = \frac{1}{4}$.



Theorem 1.2. *(Zermelo 1913) Endlich und vollkommene Information (extensiv auch): Es existiert ein Nashgleichgewicht (Algorithmus).*

Meta-Theorem: “Normal ≡ extensiv”.