Lektion 2: Die extensive Form eines Spiels bei vollständiger Information und die Elimination durch Dominanz

Prof. M. Schottenloher, 04.05.04

Ausarbeitung durch Studenten der Vorlesung

Inhaltsverzeichnis

1 Das "großer Affe – kleiner Affe – Spiel" **2**
1.1 Beschreibung des Spiels 2
1.2 Spiel 1: AFFE zieht als erster 4
1.2.1 Frage: Wie entscheidet sich AFFE? 4
1.2.2 Vergleich mit Normalform 4
1.3 Spiel 2: Ein anderes Spiel – affe zieht als erster 6
1.3.1 Frage: Wie entscheidet sich affe? 6
1.3.2 Vergleich mit Normalform 7
1.4 Spiel 3: Beide Affen ziehen gleichzeitig 8

2 Dominanz **9**
2.1 Definition (Dominanz) 9
2.2 Lemma 9
2.3 Methode der (iterierten) Elimination durch Dominanz: 9
2.4 Satz 1 10
2.5 Satz 2 10
2.6 Beispiele zur Elimination 10

3 Spiel in extensiver Form **11**
3.1 Definition: (extensive Form) 11
3.2 Zum Begriff des Graphen 11
3.3 Die Abfolge des Spiels: 13

4 Übungsaufgabe: **13**

5 Literatur: **13**

6 Autoren: **14**

1 Das "großer Affe – kleiner Affe – Spiel"

1.1 Beschreibung des Spiels

Man stelle sich folgende Situation vor:

Zwei Affen, ein großer Affe und ein kleiner Affe, sitzen vor einem Baum. An diesem Baum ist "über Nacht" eine sehr wohlschmeckend aussehende Frucht gewachsen, so wie sie in absehbarer Zeit nicht wieder wachsen wird. Von dieser Frucht existiert jedoch nur ein einziges Exemplar. Wenn einer der Affen diese ernten will, muss er dafür auf den Baum hinauf klettern, die Frucht pflücken und, da er weder die Möglichkeit hat, die Frucht auf dem Baum zu verspeisen, noch sie einzustecken, ist er gezwungen, diese hinunter zu werfen. In der Zeit, die er braucht, um den Baum wieder hinunter zu klettern, hat jedoch der andere Affe, der unten wartet, die Möglichkeit mit dem Verspeisen der Frucht zu beginnen. Es besteht natürlich auch die Möglichkeit, dass beide Affen auf den Baum klettern oder das keiner der Affen klettert. Die beiden Affen entscheiden nacheinander ob sie selbst klettern oder darauf warten, dass der der andere klettert also liegt ein sequentielles Spiel vor.

Frage: Welche Strategie sollen die Affen bevorzugen?

Zur Beantwortung der Frage muss das Spiel zunächst genauer beschrieben werden. Man legt folgendes fest:

- großer Affe = AFFE
- kleiner Affe = affe
- AFFE klettert = K
- AFFE wartet = W
- affe klettert = k
- affe wartet = w
- Wert der Frucht 10 Energieeinheiten (EE)
- Energieverbrauch AFFE für das Ernten der Frucht : 2 EE
- Energieverbrauch affe für das Ernten der Frucht : 0 EE (Verbrauch zu gering, um berücksichtigt zu werden.)

Je nachdem, welcher Affe klettert oder nicht klettert, ergeben sich jeweils die folgenden **Erträge für die Affen** (in der Darstellung (AFFE, affe)):

- Die Alternative (K, k) ergibt den Ertrag (Auszahlung) (7,3).
- Die Alternative (K, w) ergibt den Ertrag (Auszahlung) (6,4).

- Die Alternative (W, k) ergibt den Ertrag (Auszahlung) (9,1).
- Die Alternative (W, w) ergibt den Ertrag (Auszahlung) (0,0).

Es handelt sich hier um ein Spiel, bei dem die Spieler, in unserem Fall die Affen, nacheinander und nicht simultan handeln. Die jeweilige Entscheidung ist verbindlich. Wenn eine solche feste und nicht simultane *Zugfolge* vorliegt, nennt man diese *dynamisch*.

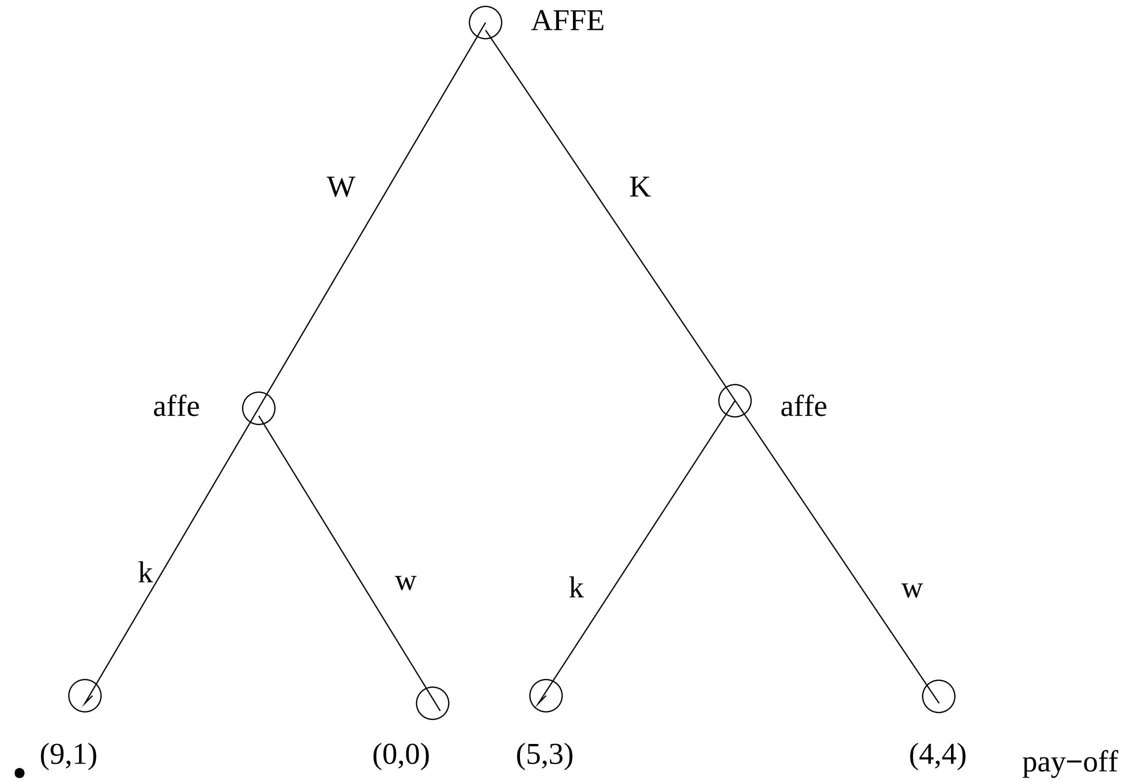
Die Normalform ist hier nicht geeignet, um das Spiel zu beschreiben. Man wählt daher die *extensive Form* eines Spiels, bei der zur Verdeutlichung des Spielablaufs ein Spiel- oder Entscheidungsbaums verwendet wird.

> “We define, first, a *topological tree* or *game tree* as a finite collection of nodes, called *vertices*, connected by lines, called *arcs*, so as to form a connected figure which includes no simple closed curves. Thus it follows that, given any two vertices A and B, there is a unique sequence of arcs and nodes joining A to B.”
> ([GOw],S. 2)

Was unter einem Spielbaum bzw. unter einem "game tree"genauer zu verstehen ist, wird im dritten Abschnitt erläutert.

Zur Bearbeitung der Frage wird nun das “großer Affe – kleiner Affe – Spiel je nach Zugfolge in 3 Einzelszenarios – also in drei verschiedene Spiele – aufgeteilt:

1.2 Spiel 1: AFFE zieht als erster



1.2.1 Frage: Wie entscheidet sich AFFE?

AFFE wird analysieren, was affe tun wird, je nachdem ob er K oder W wählt.

- Wenn AFFE K wählt, so wird sich affe für w entscheiden, damit haben sie eine Auszahlung von (4, 4).
- Wenn AFFE W wählt, so wird sich affe für k entscheiden müssen, damit haben sie eine Auszahlung von (9, 1).

Antwort: Die beste Strategie für AFFE ist zu warten, dass der andere klettert.

1.2.2 Vergleich mit Normalform

Wenn man den Spielbaum betrachtet bzw. unter der festgelegten Zugfolge die möglichen Strategien berücksichtigt, so wird klar, dass der AFFE 2 Strategien, während der affe 4 Strategien hat.

Die Schreibweise für die 4 Strategien des affens:

- k.k := affe wählt k, wenn AFFE W wählt →(9,1) / affe wählt k, wenn AFFE K wählt →(5,3)
- k.w := affe wählt k, wenn AFFE W wählt →(9,1) / affe wählt w, wenn AFFE K wählt →(4,4)
- w.k := affe wählt w, wenn AFFE W wählt →(0,0) / affe wählt k, wenn AFFE K wählt →(5,3)
- w.w := affe wählt w, wenn AFFE W wählt →(0,0) / affe wählt w, wenn AFFE K wählt →(4,4)

Mit Hilfe dieser Notation kann das Spiel mit dynamischer Zugfolge jetzt doch in einer Normalform geschrieben werden, und es ergibt sich die folgende Entscheidungsmatrix:

		affe (2)			
		k.k	k.w	w.k	w.w
AFFE (1)	W	9,1	9,1	0,0	0,0
	K	5,3	4,4	5,3	4,4

Man untersucht die somit gefundenen Normalform auf Nash-Gleichgewichte:

Die Strategie (W,k.w) ist ein Nash-Gleichgewicht, denn

$$u_1(W, k.w) = 9 > u_1(K, k.w) = 4$$

$$u_2(W, k.w) = 1 \geq u_2(W, k.k) = 1$$

$$u_2(W, k.k) = 1 > 0 = u_2(W, *), * = w.k, w.w$$

Ebenso liegt jeweils ein Nash-Gleichgewicht bei (W,k.k) sowie (K,w.w) vor.

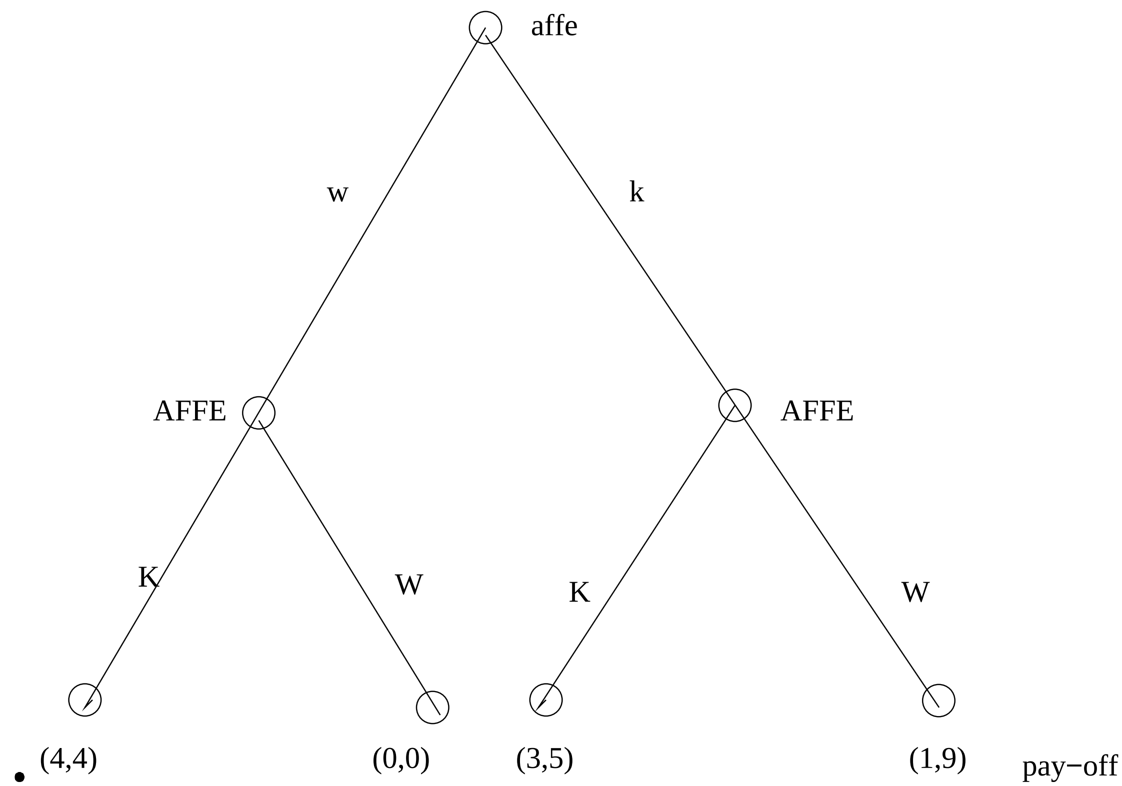
Beobachtung:

Nicht jedes Nash-Gleichgewicht ist realistisch

- wenn AFFE W (also "Warten") gewählt hat, dann muss affe "in den sauren Apfel beißen" und muss klettern (wenn er klettert, bekommt er noch eine EE, sonst keine) damit ihm nicht die Frucht entgeht.
- die Strategie w.w bedeutet eine "unglaubwürdige" Drohung von affe (damit entscheidet er sich auf jeden Fall nicht zu klettern). Unglaubwürdig, da er aus oben genannten Grund zu klettern gezwungen wird. Also ist (K,w.w) zwar ein Nash-Gleichgewicht aber nicht realistisch!

Fazit: Der Begriff des Nash-Gleichgewichts ist nicht adäquat für die extensive Form eines Spiels. Wir werden in einer späteren Lektion sehen, dass es sinnvoll ist, geeignete Teilspiele eines dynamischen Spiels mit in die Betrachtung einzubeziehen, um diejenigen Nash-Gleichgewichte herauszufinden sind, die als realistisch eingestuft werden können. (Auch bei Normalform ist im übrigen die Bedeutung von Nash-Gleichgewichten als Lösungskonzept nicht völlig unproblematisch unter anderem wegen der Mehrdeutigkeit und (der nicht immer vorliegenden) Stabilität)

1.3 Spiel 2: Ein anderes Spiel – affe zieht als erster



1.3.1 Frage: Wie entscheidet sich affe?

affe wird analysieren, was AFFE tun wird, je nachdem ob er k oder w wählt.

- Wenn affe k wählt, so wird sich AFFE für W entscheiden, damit haben sie eine Auszahlung von (1, 9).
- Wenn affe w wählt, so wird sich AFFE für K entscheiden müssen, damit haben sie eine Auszahlung von (4, 4).

Antwort: Die beste Strategie für affe ist hier auch wieder darauf zu warten, dass der andere klettert.

1.3.2 Vergleich mit Normalform

Wenn man den Spielbaum betrachtet, hat der affe 2 Strategien, im Gegensatz dazu hat der AFFE 4 Strategien.

Schreibweise für die 4 Strategien des AFFENS:

- K.K:= AFFE wählt K, wenn affe w wählt →(4,4) / AFFE wählt K, wenn affe k wählt →(3,5)
- K.W := AFFE wählt K, wenn affe w wählt →(4,4) / AFFE wählt W, wenn affe k wählt →(1,9)
- W.K := AFFE wählt W, wenn affe w wählt →(0,0) / AFFE wählt K, wenn affe k wählt →(3,5)
- W.W := AFFE wählt W, wenn affe w wählt →(0,0) / AFFE wählt W, wenn affe k wählt →(1,9)

Mit Hilfe dieser Überlegungen ergibt sich folgende Entscheidungsmatrix für die Normalform:

-

		AFFE (2)			
		K.K	K.W	W.K	W.W
affe (1)	w	4,4	4,4	0,0	0,0
	k	3,5	1,9	3,5	1,9

Man untersucht wieder die so gefunden Strategien auf Nash-Gleichgewichte: Die Strategie (w,k.w) ist wiederum ein Nash-Gleichgewicht:

$$u_1(w, K.W) = 4 > u_1(k, K.W) = 1$$

$$u_2(w, K.W) = 4 \geq u_2(w, K.K) = 4$$

Ebenso liegt jeweils ein Nash-Gleichgewicht bei (k,W.K) und (k,W.W) vor.

Beobachtung:

- die im vorherigem Beispiel “unglaubwürdige” Drohung des affen ergibt jetzt Sinn, da affe zuerst entscheidet, ob er klettert oder wartet.
- der AFFE hat jedoch jetzt seinerseits die Möglichkeit diese Drohung auszusprechen.

Antwort: Die beste Strategie für affe ist hier auch wieder darauf zu warten, dass der andere klettert.

1.4 Spiel 3: Beide Affen ziehen gleichzeitig

Dieses Szenario kommt dann zustande, wenn man sich vorstellt, dass die Affen, nicht miteinander kommunizieren, somit ohne Wissen über die Entscheidung des anderen handeln. Dies ist z.B. der Fall wenn beide sehr großen Hunger haben und es ihnen somit egal ist, was der andere macht. In diesem Fall vereinfacht sich das Problem auf eine Normalform mit 2 Spielern und jeweils 2 Strategien, wie z.B. beim Gefangenendilemma, das wir in Lektion 1 kennen gelernt haben.

Es ergibt sich folgende Entscheidungsmatrix:

		affe (2)	
		w	k
AFFE (1)	W	0,0	9,1
	K	4,4	5,3

Frage: Wie sollen sich die Affen entscheiden?

Die beiden Affen haben jetzt jeweils 2 Strategien zur Auswahl nämlich klettern oder warten. Es ergibt für beide keinen Sinn nicht zu klettern, da sonst die Frucht verderben würde und der Hunger nicht gestillt wird.

Auch die jetzt gefunden Strategien werden auf Nash-Gleichgewichte untersucht:

Die Strategie (W,k) ist Nash-Gleichgewicht da:

$u_1(W,k) = 9 > u_1(K,k) = 5$

$u_2(W,k) = 1 > u_2(W,w) = 0$

Ebenso ist (K,w) ist Nash-Gleichgewicht da:

$u_1(K,w) = 4 > u_1(W,w) = 0$

$u_2(K,w) = 4 > u_2(K,k) = 3$

Antwort: Die jeweils beste Strategie für jeden Affen ist, darauf zu warten, dass der andere klettert.

2 Dominanz

2.1 Definition (Dominanz)

Gegeben sein ein Spiel in Normalform (vgl. Lektion 1) mit n Spielern, mit dem Strategieraum ($S := S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_n$) und mit den Auszahlungsfunktionen

$u_i : S \to \mathbb{R}$, $i = 1, \ldots, n$.

Die Strategie $s'_j \in S_j$ des Spielers j heißt

- **strikt dominiert** von $s_j \in S_j$, wenn für alle sonstigen $s_{-j} \in S_{-j}$: $u_j(s'_j, s_{-j}) < u_j(s_j, s_{-j})$
- **(schwach) dominiert** von $s_j \in S_j$, wenn für alle $s_{-j} \in S_{-j}$: $u_j(s'_j, s_{-j}) \leq u_j(s_j, s_{-j})$

2.2 Lemma

Eine strikt dominierte Strategie kann nicht die Komponente eines Nash-Gleichgewichts sein.

Das ergibt sich unmittelbar aus den Definitionen der strikten Dominanz und des Nash-Gleichgewichts.

2.3 Methode der (iterierten) Elimination durch Dominanz:

Wird die Strategie s'_j strikt dominiert, so wird durch die Ersetzung von S_j durch $\widetilde{S_j} = S_j \setminus \{s'_j\}$ bei Beibehaltung aller anderen Daten ein neues Spiel definiert. Jedes Nash-Gleichgewicht des ursprünglichen Spiels findet sich entsprechend der Aussage des Lemmas auch in dem neuen Spiel wieder. Man spricht von der *Elimination durch strikte Dominanz.*

Auch im Falle von (schwacher) Dominanz kann man die entsprechende Strategie s'_j eliminieren. Man spricht entsprechend von Elimination durch Dominanz.

Vorsicht: Bei der Elimination durch Dominanz, die nicht strikt ist, kann es passieren, dass ein Nash-Gleichgewicht eliminiert wird.

Als Beispiel haben wir die Elimination durch Dominanz (im strikten wie im schwachen) Falle in 1.5.3 angewandt.

Dominanz und Elimination lassen sich auch für Spiele in extensive Form formulieren bzw. anwenden.

Die Iterierte Anwendung der Elimination hat im Beispiel zu einem Nash-Gleichgewicht geführt. Dazu gibt es die folgenden allgemeinen Resultate:

2.4 Satz 1

Wenn bei der iterierten Elimination durch strikte Dominanz nach endlich vielen Schritten der Strategieraum einelementig ist, so ist dieses Element das eindeutige bestimmte Nash-Gleichgewicht.

2.5 Satz 2

Wenn bei der iterierten Elimination durch (nicht notwendig strikte) Dominanz nach endlich vielen Schritten der Strategieraum einelementig ist, so ist dieses Element ein Nash-Gleichgewicht.

Die beiden Sätze sagen nichts darüber aus, ob es ein Nash-Gleichgewicht gibt, (wir wissen dass das nicht immer der Fall ist) und sie sagen auch nichts darüber aus, ob ein Nash-Gleichgewicht im Falle der Existenz mit der Methode der iterierten Elimination durch Dominanz auch erreicht werden kann. Dass das nicht immer der Fall ist, lässt sich aus unserem Beispiel ablesen:

2.6 Beispiele zur Elimination

Anhand der Entscheidungsmatrix des "großer Affe – kleiner Affe Spiels", kann man Methode der Elimination durch Dominanz beispielhaft ausprobieren.

Es wird hier das erste Szenario, d.h. der AFFE zieht zuerst, untersucht.

•

		affe (2)			
		k.k	k.w	w.k	w.w
AFFE (1)	W	9,1	9,1	0,0	0,0
	K	5,3	4,4	5,3	4,4

Ausgehend von affen wird nun mit der Untersuchung begonnen, man sieht, daß:

- die Spalte w.k strikt dominiert wird von der Spalte k.w, da $u_2(W, w.k) = 0 < u_2(W, k.w) = 1$und $u_2(K, w.k) = 3 < u_2(K, k.w) = 4$
- die Spalte w.w wird (schwach) dominiert von der Spalte k.w, da$u_2(W, w.w) = 0 < u_2(W, k.w) = 1$und $u_2(K, w.w) = 4 \leq u_2(K, k.w) = 4$
- die Spalte k.k wird (schwach) dominiert von der Spalte k.w, da$u_2(W, k.k) = 1 \leq u_2(W, k.w) = 1$und $u_2(K, k.k) = 3 < u_2(K, k.w) = 4$

Wenn man jetzt noch diese Untersuchung für den großen Affen durchführt, muss man nur noch die Strategie (W,k.w) gegen die Strategie (K,k.w) auf Dominanz testen.

$u_1(W, k.w) = 9 < u_1(K, k.w) = 4$ d.h. die Strategie (K,k.w) wird strikt dominiert von (W,k.w).

Bemerkung : Die auf diese Weise gefundene dominierende Strategie stimmt genau mit der aus den vorherigen Überlegungen überein, hier liegt, nach Satz 2, auch ein Nash-Gleichgewicht vor. Die anderen beiden Nash-Gleichgewichte bleiben bei Benutzung dieser Methode unbemerkt.

3 Spiel in extensiver Form

3.1 Definition: (extensive Form)

Ein **Spiel in extensiver Form** besteht aus:

- einem zusammenhängenden Graphen B ohne Schleifen (B ist der "Spielbaum"),
- einem ausgezeichneten "Wurzelknoten" (oder "Anfangsknoten") x_0 im Spielbaum B
- der durch B und x_0 festgelegten Menge Z von "terminalen Knoten", das sind die Knoten z des Graphen, $z \neq x_0$, die jeweils nur durch eine Kante mit dem Spielbaum verbunden sind, und der Menge $E := K \setminus Z$ der "Entscheidungsknoten",
- einer Zerlegung $E = K_1 \cup K_2 \cup \ldots \cup K_k$ von E, also $\forall_{i \neq j} K_i \cap K_j = \emptyset$ und $K_j \neq \emptyset$ (das ist die "Spielerzerlegung" mit der Bedeutung: "j ist bei $x \in K_j$ am Zug"),
- einer weiteren Zerlegung $E = L_1 \cup L_2 \cup \ldots \cup L_m$ von E $(m \geq n)$ mit: $\forall_{i \neq j} L_i \cap L_j = \emptyset$, $L_j \neq \emptyset$, $\forall_{\mu \in \{1,\ldots,m\}} \exists_{j \in \{1,\ldots,n\}} L_\mu \subseteq K_j$ und $L_1 = \{x_0\}$, die also die Spielerzerlegung verfeinert und die die Reihenfolge der Züge festlegt,
- der Zuordnung, die jedem Entscheidungsknoten $x \in E$ die Menge A_x der von x ausgehenden Knoten zuordnet, und die damit jedem Entscheidungsknoten die Menge A_x der möglichen "Aktionen" (oder "Alternativen" oder "Strategien") zuweist,
- und einer Auszahlungsfunktion $u : Z \to \mathbb{R}^n$ (d.h. bei $z \in Z$ erhält der Spieler j die Auszahlung $u(z)_j$ mit $u(z) = (r_1, \ldots, r_n)$, $r_j =: u(z)_j$).

Eine *reine Strategie* für j ist $\varphi_j : K_j \to \bigcup \{A_x : x \in K_j\}$ mit $\varphi_j(x) \in A_x \forall$ $x \in K_j$.

3.2 Zum Begriff des Graphen

1. Unter einem *Graphen* B versteht man eine Menge K von *Knoten*, eine Menge A von *Kanten* und zwei Abbildungen $b : A \to K$, $e : A \to K$. Dabei haben $b(a)$ und $e(a)$ für $a \in A$ die Interpretation:

- $b(a)$ ist *Anfangsknoten* von a,
- $e(a)$ ist *Endknoten* von a.

2. Ein *Pfad* in einem Graphen B ist eine Folge $(a_1, \ldots, a_m)$ von Kanten ($m \geq 1$, deren Anfangs- bzw. Endknoten sukzessive in folgendem Sinne zusammenpassen: $e(a_j) = b(a_{j+1})$ oder $b(a_j) = b(a_{j+1})$ oder $e(a_j) = e(a_{j+1})$ oder $b(a_j) = e(a_{j+1})$

Es ist klar, dass man auch bei einem Pfad von *Anfangs-* und *Endpunkt* sprechen kann.

3. Ein Graph B ist *zusammenhängend*, wenn es zu je zwei Knoten $x_1, x_2 \in K$ stets einen Pfad gibt, der x_1, x_2 verbindet, d.h. x_1 als Anfangs- und x_2 als Endpunkt hat.

4. Eine *Schleife* in einem Graphen B isst ein *geschlossener* Pfad, d.h. ein Pfad, für den Anfangs- und Endpunkt übereinstimmen.

5. **Fakt:** Ein Graph ist genau dann zusammenhängend und ohne Schleifen, wenn es zu je zwei Knoten genau einen Pfad gibt, der diese Knoten verbindet.

6. Sei also B ein zusammenhängender Graph ohne Schleifen mit einem ausgezeichneten Wurzelknoten $x_0 \in K$. Zu jedem Knoten $x \in K \setminus \{x_0\}$ gibt es dann einen eindeutig bestimmten Pfad der x und x_0 verbindet. Wir nennen die Kante in den Pfad, die $b(a)=x$ oder $e(a)=x$ erfüllt, die *eingehende Kante* und bezeichnen sie mit a_x. Die Menge A_x der *ausgehenden Kanten* ist dann $A_x := \{a \in A : a \neq a_x \text{und}\, b(a) = x \,\text{oder}\, e(a) = x\}$.

7. Die Abbildungen a und e lassen sich neu definieren, so dass

i) $\forall$ Kanten $a \in A_{x_0}$, die bei x_0 losgehen, stets $b(a) = x_0$ ist,

ii) $\forall$ Kanten $x \in K \setminus \{x_0\}$stets $e(a_x) = x$ ist. Dann haben wir einen *gerichteten* Graphen, was wir von Anfang an hätten voraussetzen können.

8. Mit der Festsetzung 7. ist $A_x = \{a \in A : b(a) = x\}$

9. In dieser Lektion und in vielen Situationen eines Spiels in extensiver Form ist der Spielbaum B endlich, also K und A sind endliche Mengen.

10. Jetzt erst kommen die eigentlichen Eigenschaften eines Spiels zum Tragen: Die Zerlegung $E = L_1 \cup \ldots \cup L_n$ der Entscheidungsknoten, die die Reihenfolge der Züge festlegt, ist so zu verstehen, dass
$L_1 = \{x_0\}$ (gehört zur Definition)
$L_2 = \{e(a) : a \in A_{x_0}\}$
$L_{j+1} = \{e(a) : a \in A_x \text{ und } x \in L_j\} = \bigcup_{x \in L_j} \{e(a) : a \in A_x\}\}$

3.3 Die Abfolge des Spiels:

1.Zug: Es gilt $L_1 \subset K_{j_1}$für ein j_1 (hier kann $j_1 = 1$ gewählt werden). Der Spieler j_1 zieht und wählt $a_1 \in A_{x_0}$ als Aktion mit $x_1 = e(a_1) \in L_2$.

2. Zug: Das Spiel befindet sich unmittelbar vor dem zweiten Zug im "Zustand" $x_1 \in L_2$. Es gibt $j_2 : L_2 \subset K_{j_2}$. Spieler j_2 zieht und wählt a_2 aus den Aktionen $\bigcup\{A_x : x \in L_2\}$ mit dem Resultat: $x_2 = e(a_2)$.

$\vdots$

$(\mu + 1)$. **Zug:** Unmittelbar vor dem $(\mu + 1)$-ten Zug befindet sich das Spiel in dem Zustand $x_\mu \in L_{\mu+1}$. Es ist $L_{\mu+1} \subset K_{j_{\mu+1}}$ für ein eindeutig bestimmtes $j_{\mu+1}$. Der Spieler $j_{\mu+1}$ zieht und wählt aus $\bigcup\{A_x : x \in L_{\mu+1}\}$ die Aktion $a_{\mu+1}$ mit dem Resultat $x_{\mu+1} = e(a_{\mu+1})$.

$\vdots$

bis **Zug m !**

Fakt: Jedes Spiel in extensiver Form kann in ein Spiel in Normalform überführt werden entsprechend dem oben ausgeführten Beispiel. Damit stehen Begriffe bzw. Methoden wie Nash-Gleichgewicht, Dominanz und Elimination durch Dominanz auch im Falle eines Spiels in extensiver Form zur Verfügung.

4 Übungsaufgabe:

Wählen Sie verschiedene Spiele, und untersuchen Sie, wo Sie landen, wenn Sie Elimination durch Dominanz bzw. Elimination durch strikte Dominanz durchführen.

Etwa drei Spiele in Normalform, drei in extensiver Form. Jeweils mit strikter / schwacher Dominanz, mit und ohne Erfolg.

5 Literatur:

[GOw] Owen G., "Game Theory", W. B. Sauders Company (Philadelphia u. a.),1969

6 Autoren:

Gleb Krapivkin, Tobias Waldmann