Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. M. Schottenloher

WS 1999/2000
Blatt 5

MWB: Lineare Algebra für Wirtschaftsmathematiker

1. Zeigen Sie durch vollständige Induktion die folgende Formel für die Summe der ersten Quadratzahlen:
$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) \qquad (4)$$

2. Sei M eine Menge und K ein Körper. In der Vorlesung wurde gezeigt, daß die Menge $Abb(M, K)$ aller Abbildungen von M nach K mit den punktweisen Operationen ein Vektorraum ist. Zeigen Sie, daß die Teilmenge U derjenigen Abbildungen, die nur endlich viele Werte annehmen (d. h. deren Bild endlich ist), ein Untervektorraum von $Abb(M, K)$ ist. (5)

3. Sei t eine reelle Zahl. Betrachten Sie im $\mathbb{R}^3$ die Vektoren:
$$v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \; v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \; v_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ t \end{pmatrix}$$
   (a) Entscheiden Sie, für welche Werte von t die Vektoren v_1, v_2 und v_3 linear unabhängig sind.

   (b) Entscheiden Sie, für welche Werte von t die Vektoren v_1, v_2 und v_3 den Vektorraum $\mathbb{R}^3$ erzeugen.

   (Hinweis: Für den ersten Aufgabenteil kann man Aufgabe 3 von Blatt 2 verwenden.) (6)

4. Sei K ein Körper. Wie in der Vorlesung sei $K^{(\mathbb{N})}$ die Menge derjenigen Folgen in K, die höchstens an endlich vielen Stellen nicht Null sind. Zeigen Sie, daß dieser Vektorraum kein endliches Erzeugendensystem besitzt. (5)

Abgabe: Freitag, 10.12.99, 9.10 Uhr.