Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. M. Schottenloher

WS 1999/2000
Blatt 2

MWB: Lineare Algebra für Wirtschaftsmathematiker

1. Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem mit Hilfe des Eliminationsverfahrens von Gauß:

$$\begin{aligned} x + 2y - z &= 3 \\ x - y + z &= -1 \\ 2x + 2y - z &= 5 \end{aligned}$$

(3)

2. Jedem homogenen linearen Gleichungssystem

$$\begin{aligned} a_1^1 x_1 + a_1^2 x_2 + a_1^3 x_3 &= 0 \\ a_2^1 x_1 + a_2^2 x_2 + a_2^3 x_3 &= 0 \\ a_3^1 x_1 + a_3^2 x_2 + a_3^3 x_3 &= 0 \end{aligned}$$

ordnen wir den Ausdruck

$$D := a_1^1 a_2^2 a_3^3 + a_1^2 a_2^3 a_3^1 + a_1^3 a_2^1 a_3^2 - a_1^1 a_2^3 a_3^2 - a_1^2 a_2^1 a_3^3 - a_1^3 a_2^2 a_3^1$$

in den Koeffizienten des Systems zu. Zeigen Sie

(a) Vertauscht man zwei Gleichungen, so ändert der Ausdruck D sein Vorzeichen.

(b) Zieht man von einer Gleichung das Vielfache einer anderen Gleichung ab, so bleibt D unverändert.

(Hinweis: Reduzieren Sie den Rechenaufwand bei Teil (b), indem Sie Teil (a) benutzen.) (5)

3. Zeigen Sie: Hat das homogene lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} a_1^1 x_1 + a_1^2 x_2 + a_1^3 x_3 = 0 \\ a_2^1 x_1 + a_2^2 x_2 + a_2^3 x_3 = 0 \\ a_3^1 x_1 + a_3^2 x_2 + a_3^3 x_3 = 0 \end{aligned}$$

eine Lösung, bei der nicht alle Unbestimmten Null sind, so gilt:

$$D = a_1^1 a_2^2 a_3^3 + a_1^2 a_2^3 a_3^1 + a_1^3 a_2^1 a_3^2 - a_1^1 a_2^3 a_3^2 - a_1^2 a_2^1 a_3^3 - a_1^3 a_2^2 a_3^1 = 0$$

(Hinweis: Lösen Sie die Aufgabe zunächst in dem Fall, daß unterhalb der Hauptdiagonalen nur Nullen stehen. Reduzieren Sie den allgemeinen Fall mit Hilfe des Eliminationsverfahrens von Gauß auf diesen Spezialfall. Untersuchen Sie dabei sorgfältig die Spezialfälle, in denen bestimmte Koeffizienten des Gleichungssystems Null sind.) (4)

4. Schreiben Sie in einer Ihnen bekannten Programmiersprache ein Programm, das ein gegebenes lineares Gleichungssystem mit drei Gleichungen und drei Unbestimmten löst. (Hinweis: Verwenden Sie möglichst einfache Programmiersprachen, bevorzugt BASIC. Falls Sie keine Programmiersprache kennen, beschreiben Sie in deutschen Worten sehr genau, welche Schritte ein Computer ausführen sollte.) (8)

Abgabe: Freitag, 19.11.99, 9.10 Uhr.