Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. M. Schottenloher

WS 1999/2000
Blatt 13

MWB: Lineare Algebra für Wirtschaftsmathematiker

1. Berechnen Sie die Determinante der Matrix
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
mit rationalen Einträgen. (4)

2. Betrachten Sie die Matrix
$$\begin{pmatrix} a_1^1 & a_1^2 & a_1^3 & \cdots & a_1^n \\ a_2^1 & a_2^2 & \cdots & a_2^{n-1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & a_{n-1}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ a_n^1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
die unterhalb der Nebendiagonalen nur Nullen enthält. Zeigen Sie, daß die Determinante dieser Matrix gleich
$$(-1)^k a_1^n \cdot a_2^{n-1} \cdot \ldots \cdot a_{n-1}^2 \cdot a_n^1$$
ist, wobei $k = \frac{n(n-1)}{2}$ ist. (6)

3. Eine quadratische Matrix A mit reellen Einträgen heißt orthogonal, falls $A\,{}^tA = E$ ist. Zeigen Sie, daß für die Determinante einer orthogonalen Matrix gilt: $\det(A) = \pm 1$. (4)

4. Sei $A = (a_i^j)_{i,j=1,\ldots,n}$ eine $n \times n$-Matrix vom Rang $r > 0$. Zeigen Sie, daß man die Zeilen und Spalten von A so vertauschen kann, daß die Determinante der $r \times r$-Matrix $A = (a_i^j)_{i,j=1,\ldots,r}$ nicht Null ist.

   (Hinweis: Suchen Sie zunächst linear unabhängige Zeilen, und innerhalb dieser Zeilen dann nach linear unabhängigen Spalten.) (6)

Abgabe: Freitag, 18.2.2000, 9.10 Uhr.