Mathematisches Institut
der Universität München
H. Zöschinger

WS 2003/2004
Blatt 9

Übungen zu MIB: Lineare Algebra

33. Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 3}$.

    (a) Finden Sie unendlich viele Matrizen $B \in \mathbb{R}^{3\times 2}$ mit $AB = E_2$.

    (b) Zeigen Sie, daß es keine Matrix $C \in \mathbb{R}^{3\times 2}$ mit $CA = E_3$ gibt.

34. Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$. Finden Sie eine Formel für A^n $(n \geq 1)$ und beweisen Sie diese durch Induktion.

35. (a) Sei p eine Primzahl, $K = \mathbb{F}_p$ und $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in K^{3\times 3}$.

    Für welche p ist A invertierbar?

    (b) Bestimmen Sie die Inversen folgender Matrizen über $\mathbb{R}$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 5 \\ 0 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

36. Sei $A = (\alpha_{ij}) \in K^{n\times n}$ eine obere Dreiecksmatrix, in der auch die Elemente der Diagonale Null sind, also $\alpha_{ij} = 0$ ist für alle $i \geq j$. Zeigen Sie: Ist $k \in \{1, \ldots, n\}$ und $A^k = (\beta_{ij})$, so ist $\beta_{ij} = 0$ für alle $i \geq j + 1 - k$. Insbesondere ist $A^n = 0$.

Jede Aufgabe wird mit fünf Punkten bewertet.
Abgabe: Dienstag, 20.1.2004, 14.00 Uhr, Übungskästen im 1. Stock des Mathematischen Instituts.
Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.