Mathematisches Institut
der Universität München
H. Zöschinger

WS 2003/2004
Blatt 7

Übungen zu MIB: Lineare Algebra

25. Ergänzen Sie die Vektoren $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $v_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ durch geeignete Einheitsvektoren zu einer Basis des $\mathbb{R}$-Vektorraumes $V = \mathbb{R}^4$.

26. Sei $n \geq 2$ und $V = K^{n \times n}$ der K-Vektorraum aller $n \times n$-Matrizen, U_1 der Unterraum aller oberen, U_2 der Unterraum aller unteren Dreiecksmatrizen. Berechnen Sie die Dimensionen von U_1, U_2, $U_1 + U_2$ und $U_1 \cap U_2$.

27. Sei V ein K-Vektorraum der Dimension 11 und seien U_1, U_2 Unterräume von V mit $\dim(U_1) = 3$, $\dim(U_2) = 10$. Zeigen Sie, daß $\dim(U_1 \cap U_2)$ entweder 2 oder 3 ist. Kann jeder der beiden Fälle vorkommen?

28. (a) Zeigen Sie: Ist V ein K-Vektorraum, in dem alle linear unabhängigen Teilmengen endlich sind, so gilt $\dim(V) < \infty$.

    (b) Geben Sie einen K-Vektorraum V mit einem echten Unterraum $U \subsetneqq V$ an, so daß $\dim(U) = \dim(V)$ ist.

Jede Aufgabe wird mit fünf Punkten bewertet.
Abgabe: Dienstag, 16.12.2003, 14.00 Uhr, Übungskästen im 1. Stock des Mathematischen Instituts.
Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.