Mathematisches Institut
der Universität München
H. Zöschinger

WS 2003/2004
Blatt 3

Übungen zu MIB: Lineare Algebra

9. Sei $f : M \to N$ eine Abbildung. Zeigen Sie:

   (a) Für jede Teilmenge $A \subset M$ gilt $A \subset f^{-1}(f(A))$. Ist f injektiv, gilt sogar $A = f^{-1}(f(A))$.

   (b) Für jede Teilmenge $B \subset N$ gilt $f(f^{-1}(B)) \subset B$. Ist f surjektiv, gilt sogar $f(f^{-1}(B)) = B$.

10. (a) Lösen Sie in $\mathbb{F}_{11}$ die Gleichungen

$$6x = 2, \quad 2x + 4 = 9, \quad 3x - 9 = 5, \quad 7x = 1.$$

   (b) Sei p eine Primzahl ≥ 3. Bestimmen Sie in $\mathbb{F}_p$ das Inverse von $p-1$ und von $p-2$.

11. Sei K ein endlicher Körper mit n Elementen.

   (a) Zeigen Sie für jedes $\alpha \in K$, daß $n\alpha = 0$ ist. (Hinweis: In $K = \{x_1, \ldots, x_n\}$ betrachte man die Summe $\sum_{i=1}^{n}(\alpha + x_i)$.)

   (b) Zeigen Sie für jedes $\alpha \in K \setminus \{0\}$, daß $\alpha^{n-1} = 1$ ist.

12. Gegeben seien im $\mathbb{R}$-Vektorraum $V = \mathbb{R}^3$ die beiden Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

   Welche der folgenden Vektoren sind Linearkombinationen von v_1 und v_2?

$$\begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Übungsgruppen:

1. A: Mi 11.15, 132, Leitung: Christoph Thies
2. B: Mi 11.15, E 41, Leitung: Alexander Stadelmaier
3. C: Mi 14.15, E 39, Leitung: Thomas Kemmann
4. D: Do 11.15, E 46, Leitung: Alexander Stadelmaier
5. E: Do 11.15, E 40, Leitung: Andreas Hoffmann
6. F: Do 16.15, 132, Leitung: Thomas Kemmann
7. G: Fr 9.15, E 40, Leitung: Dominik Schlenker
8. H: Fr 11.15, E 40, Leitung: Aron Gohr

Sprechstunde von Martin Frank: Mo 11.00, Café Gumbel

Jede Aufgabe wird mit fünf Punkten bewertet.
Abgabe: Dienstag, 18.11.2003, 14.00 Uhr, Übungskästen im 1. Stock des Mathematischen Instituts.
Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.