Mathematisches Institut
der Universität München
H. Zöschinger

WS 2003/2004
Blatt 11

Übungen zu MIB: Lineare Algebra

41. Für zwei Matrizen $A \in K^{m\times n}$, $B \in K^{n\times p}$ gilt:
$$\mathrm{Rang}(AB) \le \min\{\mathrm{Rang}(A), \mathrm{Rang}(B)\}$$

42. Für eine Matrix $A \in K^{m\times n}$ gilt: Genau dann ist $\mathrm{Rang}(A) = 1$, wenn es eine Spalte $0 \neq b \in K^{m\times 1}$ und eine Zeile $0 \neq c \in K^{1\times n}$ gibt mit $A = bc$.

43. Untersuchen Sie, für welche $t \in \mathbb{R}$ folgendes Gleichungssystem über $\mathbb{R}$ lösbar ist, und bestimmen Sie gegebenenfalls alle Lösungen.
$$\begin{array}{ccccccccccccc}
2x_1 & + & 4x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & + & 3x_5 & - & x_6 & = & t \\
 & & x_2 & + & 2x_3 & + & 2x_4 & & & + & 3x_6 & = & 1 \\
x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & + & x_4 & + & 2x_5 & - & x_6 & = & 1 \\
x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & + & x_5 & & & = & 1 \\
3x_1 & + & 8x_2 & + & 7x_3 & + & 9x_4 & + & 4x_5 & + & 3x_6 & = & 0
\end{array}$$

44. Gegeben seien im $\mathbb{R}^3$ die Gerade $L_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$ und die Ebene $L_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \rangle$. Beschreiben Sie jede dieser affinen Teilmengen des $\mathbb{R}^3$ als Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems und bestimmen Sie damit $L_1 \cap L_2$.

Jede Aufgabe wird mit fünf Punkten bewertet.
Abgabe: Dienstag, 3.2.2004, 14.00 Uhr, Übungskästen im 1. Stock des Mathematischen Instituts.
Bitte geben Sie auf Ihrem Übungsblatt Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Übungsgruppe an. Soweit noch nicht geschehen, geben Sie bitte auch Ihr Geburtsdatum, Ihren Geburtsort und Ihren Wohnort an. Diese Angaben werden zum Erstellen der Übungsscheine benötigt.