Mathematisches Institut
der Universität München
H. Zöschinger

WS 2003/2004
Blatt 10

Übungen zu MIB: Lineare Algebra

37. Sei $A = (\alpha_{ij}) \in K^{n\times n}$ eine obere Dreiecksmatrix, das heißt $a_{ij} = 0$ für alle $i > j$. Zeigen Sie: Genau dann ist A invertierbar, wenn alle Diagonalelemente $a_{ii} \neq 0$ sind.

38. Bestimmen Sie für $n \geq 1$ den Rang der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ 2 & 3 & \dots & n+1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ n & n+1 & \dots & 2n-1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n\times n}.$$

39. Gegeben seien im $\mathbb{R}^4$ die fünf Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \\ -7 \end{pmatrix} \quad v_5 = \begin{pmatrix} 5 \\ -8 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Wählen Sie aus diesen Vektoren eine Basis für $V = \langle v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\rangle$ aus und stellen Sie die restlichen Vektoren als Linearkombination aus diesen Basisvektoren dar.

40. Seien $A, B \in K^{m\times n}$. Beweisen oder widerlegen Sie:

    (a) Ist $\operatorname{Rang}(A) = \operatorname{Rang}(B)$, so gibt es invertierbare Matrizen $P \in K^{m\times m}$ und $Q \in K^{n\times n}$ mit $PAQ = B$.

    (b) Ist $\operatorname{Rang}(A) = \operatorname{Rang}(B)$, so folgt $A \sim B$.

Jede Aufgabe wird mit fünf Punkten bewertet.
Abgabe: Dienstag, 27.1.2004, 14.00 Uhr, Übungskästen im 1. Stock des Mathematischen Instituts.

Bitte geben Sie auf Ihrem Übungsblatt Ihren Namen, Ihren Vornamen, Ihr Geburtsdatum, Ihren Geburtsort, Ihren Wohnort und Ihre Übungsgruppe in Druckbuchstaben an. Diese Angaben werden zum Erstellen der Übungsscheine benötigt.
Die zweite Klausur findet am Samstag, den 31.1.2004, um 10.15 Uhr statt, und zwar in den folgenden Räumen:

1. Gruppen A und B: E 51
2. Gruppen D und E: 122
3. Gruppen C und F: E 52
4. Gruppen G und H: 138