Mathematisches Institut
der Universität München
H. Zöschinger

SS 2004
Blatt 5

Übungen zu MIIB: Lineare Algebra

17. Sei R ein kommutativer Ring, $A \in R^{n\times n}$, $x \in R^{1\times n}$, $y \in R^n$ und $\beta \in R$. Zeigen Sie:
$$\det\begin{pmatrix} A & y \\ x & \beta \end{pmatrix} = \det(A)\beta - x\tilde{A}y$$

18. Sei K ein Körper, $V = K^{n\times n}$ der K-Vektorraum der $n \times n$-Matrizen über K und $B \in V$. Berechnen Sie die Determinante für die folgenden drei Endomorphismen:
$$f : V \to V,\ X \mapsto BX$$
$$g : V \to V,\ X \mapsto XB$$
$$h : V \to V,\ X \mapsto BX - XB$$

19. Gegeben seien
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{2}{7} \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 2 & \frac{3}{2} & 1 \\ -2 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{4\times 4} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^4$$
Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $Ax = b$
   (a) mittels der zu A inversen Matrix A^{-1},
   (b) mit Hilfe der Cramerschen Regel.

20. Sei K ein Körper und $a, b, c \in K^3$. Zeigen Sie:
   (a) $a \times (b \times c) = (a^t c)b - (a^t b)c$
   (b) $a \times (b \times c) + b \times (c \times a) + c \times (a \times b) = 0$
   (c) $a^t(b \times c) = b^t(c \times a) = c^t(a \times b)$

Aufgrund von Sparmaßnahmen kann die Korrektur dieses Blattes vom Mathematischen Institut nicht finanziert werden. Es kann daher auch nicht abgegeben werden.