Mathematisches Institut
der Universität München
H. Zöschinger

SS 2004
Blatt 3

Übungen zu MIIB: Lineare Algebra

9. (a) Sei V ein K-Vektorraum und U ein Unterraum von V. Geben Sie einen Isomorphismus von $(V/U)^*$ nach U° an.

   (b) Seien V und W endlich-dimensionale K-Vektorräume. Geben Sie einen Isomorphismus von $\mathrm{Hom}(V,W)$ nach $\mathrm{Hom}(W^*,V^*)$ an.

10. Sei G eine endliche Gruppe und seien $x, y \in G$. Zeigen Sie:

    (a) $\mathrm{ord}(y^{-1}xy) = \mathrm{ord}(x)$, $\mathrm{ord}(xy) = \mathrm{ord}(yx)$.

    (b) Gilt $x^m = e$ für ein $m \geq 1$, so ist $\mathrm{ord}(x)$ ein Teiler von m.

11. Sei G die additive Gruppe $(\mathbb{Q}, +)$ und H die multiplikative Gruppe $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$.

    (a) Zeigen Sie, daß es keinen Gruppenepimorphismus $f : G \to H$ gibt.

    (b) Bestimmen Sie alle Gruppenhomomorphismen von G nach H.

12. (a) Berechnen Sie $\det(A)$ und $\det(B)$ für

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 8 \\ -7 & 11 & 3 \\ 2 & 9 & -11 \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}^{3\times 3} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}^{4\times 4}$$

    (b) Sei $n \geq 2$ und $t \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie:

$$\begin{vmatrix} t & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & t & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & t & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & t \end{vmatrix} = (t-1)^{n-1}(t+n-1)$$

Aufgrund von Sparmaßnahmen kann die Korrektur dieses Blattes vom Mathematischen Institut nicht finanziert werden. Es kann daher auch nicht abgegeben werden.

Sprechstunden:

1. Andreas Gerstenberger: Nach der Übungsgruppe
2. Julien de Graat: Do 13.00, Café Gumbel
3. Andreas Hoffmann: Nach der Übungsgruppe
4. Michaela Püls: Do 13.00, Café Gumbel
5. Dominik Schlenker: Nach der Übungsgruppe
6. Yorck Sommerhäuser: Di 11.45, Raum 426
7. Alexander Stadelmaier: Nach der Übungsgruppe
8. Cornelia Stamm: Do 13.00, Café Gumbel
9. Helmut Zöschinger: Fr 11.30, Raum 428