Mathematisches Institut
der Universität München
W. Zimmermann

WS 2004/2005
Blatt 4

Übungen zur Algebra I

1. Bestimme die Automorphismengruppen der Gruppen S_3, $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}2 \times \mathbb{Z}/\mathbb{Z}2$ und $\mathbb{Q}$. (3 Punkte)

2. (a) Bestimme alle Untergruppen, alle Normalteiler und das Zentrum der Diedergruppe D_n der Ordnung $2n$, für $n \geq 2$. (4 Punkte)

   (b) Zeige, daß die Diedergruppe D_4 und die Quaternionengruppe Q der Ordnung 8 nicht isomorph sind. (2 Punkte)

3. Sei G eine endliche Gruppe. Zeige:

   (a) Für $n > 2$ ist die Anzahl der Elemente der Ordnung n von G ein Vielfaches von $\varphi(n)$. (3 Punkte)

   (b) Ist $|G|$ gerade, dann besitzt G ein Element der Ordnung 2. (3 Punkte)

4. Sei G eine endliche Gruppe, p der kleinste Primteiler von $|G|$ und $|G| = p^a q$, wobei $a \geq 1$ und q nicht durch p teilbar sei. G enthalte einen zyklischen Normalteiler P der Ordnung p^a. Man zeige, daß P im Zentrum $Z(G)$ von G enthalten ist.
   (Hinweis: Betrachte einen geeigneten Homomorphismus von G in die Automorphismengruppe $\mathrm{Aut}(P)$.) (5 Punkte)

Abgabe: Mittwoch, 24.11.2004, 11.00 Uhr, Übungskästen im 1. Stock des Mathematischen Instituts.

Die Aufgaben sollen von Zweiergruppen bearbeitet werden, die jeweils zusammen abgeben. Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung diese beiden Namen und die Tutorgruppe an, für die Sie sich eingetragen haben. Falls Sie sich für verschiedene Gruppen eingetragen haben, geben Sie eine dieser Gruppen an.