Mathematisches Institut
der Universität München
L. Angeleri-Hügel

WS 2001/2002
Blatt 9

Algebra I

34. Man gebe in dem Polynomring $\mathbb{Z}[X]$ zwei teilerfremde Polynome f_1 und f_2 mit $(f_1, f_2) \neq \mathbb{Z}[X]$ an.

35. (a) Man zerlege die Polynome $X^2 + X + 1$ und $X^4 + 1$ in $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}\,[X]$ in irreduzible Faktoren.

    (b) Man zeige durch Reduktion modulo 2, daß das Polynom

    $$X^5 + X^4 + X^2 + X + 1$$

    über $\mathbb{Q}$ irreduzibel ist.

    (c) Man entscheide, ob das Polynom $X^{10} + X^8 + X^6 + X^4 + X^2 + 1$ über $\mathbb{Q}$ irreduzibel ist.

36. Seien $p_1, \ldots, p_n$ paarweise verschiedene Primzahlen, wobei $n \geq 2$ sei. Man zeige, daß $\sqrt[n]{p_1, \ldots, p_n}$ irrational ist.

37. Sei R ein Integritätsring.

    (a) Man zeige die Umkehrung im Hilbertschen Basissatz: Ist $R[X]$ noethersch, so ist auch R noethersch.

    (b) Man zeige die Umkehrung im Satz von Gauß: Ist $R[X]$ faktoriell, so ist auch R faktoriell.

Abgabe: Montag, 7.1.2002, 11.00 Uhr, Übungskasten im 1. Stock des Mathematischen Instituts. Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung Ihre Übungsgruppe an.
Wir wünschen schöne Weihnachten und ein gutes neues Jahr.