Mathematisches Institut
der Universität München
L. Angeleri-Hügel

WS 2001/2002
Blatt 5

Algebra I

17. Man zeige:

 (a) Für alle $n \geq 3$ ist $Z(\mathcal{S}_n) = \{e\}$, für alle $n \geq 4$ ist $Z(\mathcal{A}_n) = \{e\}$. (3)

 (b) $\mathcal{V}$ ist der einzige nichttriviale Normalteiler der $\mathcal{A}_4$. (5)

 (Hinweis: Man zeige zunächst, daß ein nichttrivialer Normalteiler der $\mathcal{A}_4$ mindestens die Ordnung 3 besitzt, und betrachte dann den Fall, daß er die Kleinsche Vierergruppe trivial schneidet.)

18. Man zeige:

 (a) Für $n \geq 5$ ist $\mathcal{A}_n$ der einzige nichttriviale Normalteiler der $\mathcal{S}_n$. (3)

 (b) $\mathcal{A}_4$ und $\mathcal{V}$ sind die einzigen nichttrivialen Normalteiler der $\mathcal{S}_4$. (3)

19. Sei G eine endliche auflösbare Gruppe. Man zeige:

 (a) Es gibt eine absteigende Kette

 $$G = H_0 \supset H_1 \supset H_2 \supset \ldots \supset H_n = \{e\}$$

 von Untergruppen mit $H_{i+1} \lhd H_i$ für alle $i = 0, \ldots, n-1$, so daß alle Faktoren H_i/H_{i+1} Primzahlordnung haben. (2)

 (b) Man zeige, daß die obigen Untergruppen H_i nicht immer als Normalteiler von G gewählt werden können. (1)

20. Man bestimme alle Sylow-Untergruppen der $\mathcal{A}_4$ und der $\mathcal{S}_4$. (3)

Abgabe: Montag, 26.11.2001, 11.00 Uhr, Übungskasten im 1. Stock des Mathematischen Instituts. Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung Ihre Übungsgruppe an.