Mathematisches Institut
der Universität München
L. Angeleri-Hügel

WS 2001/2002
Blatt 3

Algebra I

9. (a) Sei G eine Gruppe, $x \in G$ von endlicher Ordnung und $m \in \mathbb{N}$. Man zeige, daß $\operatorname{ord}(x^m) = \operatorname{ord}(x)/\operatorname{ggT}(m, \operatorname{ord}(x))$ ist. (3)

   (b) Ist G eine zyklische Gruppe der Ordnung n, so gibt es zu jedem positiven Teiler d von n nach Vorlesung genau eine Untergruppe H von G mit $|H| = d$. Man zeige, daß $H = \{x \in G | \, x^d = e\}$ ist. (3)

10. (a) Für nicht-triviale Gruppen G_1, G_2 zeige man: Das direkte Produkt $G_1 \times G_2$ ist genau dann zyklisch, wenn G_1 und G_2 endliche zyklische Gruppen mit teilerfremden Ordnungen sind. (3)

    (b) Man zeige: Eine Gruppe G ist abelsch, falls $G/Z(G)$ zyklisch ist. (3)

11. (a) Seien G eine Gruppe mit 55 und M eine Menge mit 39 Elementen. Man zeige, daß jede Operation $G \times M \to M$ einen Fixpunkt besitzt, d. h. ein $m_0 \in M$ mit $B(m_0) = \{m_0\}$. (3)

    (b) Sei G eine Gruppe und M eine nichtleere Menge. Geben Sie eine Bijektion zwischen der Menge $\mathcal{O}_G(M)$ aller Operationen von G auf M und der Menge $\operatorname{Hom}(G, S(M))$ aller Gruppenhomomorphismen $G \to S(M)$ an. (1)

12. Man zeige, daß die S_n für $n \geq 3$ von den Zyklen $(1, 2)$ und $(1, 2, \ldots, n)$ erzeugt wird. (4)

Abgabe: Montag, 12.11.2001, 11.00 Uhr, Übungskasten im 1. Stock des Mathematischen Instituts. Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung Ihre Übungsgruppe an.