Mathematisches Institut
der Universität München
L. Angeleri-Hügel

WS 2001/2002
Blatt 2

Algebra I

5. Sei G eine Gruppe. Man zeige:

   (a) Jede Untergruppe von G vom Index 2 ist Normalteiler. (2)

   (b) Die Gruppen $\mathrm{Inn}(G)$ und $G/Z(G)$ sind isomorph. (2)

6. (a) Man zeige, daß die Quaternionengruppe Q_8 aus Aufgabe 4 genau vier nichttriviale Untergruppen besitzt, von denen jede zyklisch und normal in Q_8 ist. (4)

   (b) Man bestimme alle Untergruppen der S_3. Welche davon sind Normalteiler? (2)

7. (a) Sei K ein Körper und $n \geq 1$. Man bestimme das Zentrum der Gruppe $GL(n, K)$. (2)

   (b) Man beweise oder widerlege: $GL(2, \mathbb{R})$ ist ein Normalteiler von $GL(2, \mathbb{C})$. (2)

8. Sei G eine endliche Gruppe und $N \leq G$ eine Untergruppe.

   (a) Für jede Untergruppe H von N zeige man

   $$[G : N][N : H] = [G : H]$$

   (2)

   (b) Ist $N \lhd G$ und sind $[G : N]$ und $|N|$ teilerfremd, so zeige man für jede Untergruppe H von G: Aus $|N| = |H|$ folgt bereits $N = H$. (Hinweis: Benutzen Sie den 1. Isomorphiesatz.) (4)

Abgabe: Montag, 5.11.2001, 11.00 Uhr, Übungskasten im 1. Stock des Mathematischen Instituts.