Mathematisches Institut **SS 2003**
der Universität München **Blatt 1**
Prof. Dr. B. Pareigis

Algebra II

1. Sei G eine endliche abelsche Gruppe und $S := \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$ der Einheitskreis, betrachtet als multiplikativ geschriebene Gruppe. Die zu G duale Gruppe
$$\hat{G} := \mathrm{Hom}(G, S)$$
ist mit den punktweisen Operationen eine abelsche Gruppe. Zeigen Sie, daß G und $\hat{G}$ isomorph sind. (Hinweis: Verwenden Sie den Hauptsatz für endliche abelsche Gruppen; betrachten Sie zunächst den Fall einer zyklischen Gruppe.) (6)

2. Sei G eine endliche abelsche Gruppe mit der dualen Gruppe $\hat{G}$.
   (a) Zeigen Sie, daß es zu jedem $g \in G$ ein $\gamma \in \hat{G}$ mit $\gamma(g) \neq 1$ gibt.
   (b) Zeigen Sie, daß die Abbildung
   $$G \to \hat{\hat{G}}, g \mapsto (\gamma \mapsto \gamma(g))$$
   ein Gruppenisomorphismus ist. (4)

3. Seien m und n zwei natürliche Zahlen. Zeigen Sie, daß die Gruppen $\mathbb{Z}_{mn}$ und $\mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_n$ genau dann isomorph sind, wenn m und n teilerfremd sind. (5)

4. Seien a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 ungerade ganze Zahlen. Zeigen Sie, daß das Polynom
$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$$
über $\mathbb{Q}$ irreduzibel ist. (5)

Abgabe: Dienstag, 14.4.2003, 11.00 Uhr, Übungskästen im 1. Stock des Mathematischen Instituts.
Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.