Mathematisches Institut
der Universität München
L. Angeleri Hügel

SS 2002
Blatt 2

Algebra II

6. Sei K ein endlicher Körper und $f \in K[x]$ ein irreduzibles Polynom vom Grad n. Man zeige:
   (a) Ist $F = K(a)$ für eine Nullstelle a von f, so ist F bereits der Zerfällungskörper von f über K.
   (b) Für jede endliche Erweiterung $K \subset F$ gilt: Genau dann hat f eine Nullstelle in F, wenn n ein Teiler von $[F : K]$ ist.
   (c) Zu welchem Galoisfeld ist der Zerfällungskörper von $x^3 + x + 1 \in \mathbb{F}_4[x]$ isomorph?
7. Seien $K = \mathbb{F}_2$ und $F = \mathbb{F}_{2^{10}}$. Man bestimme die Anzahl der $a \in F$ mit $F = K(a)$.
8. Man bestimme alle $n \geq 1$ mit
   (a) $\varphi(n) = n - 1$
   (b) $\varphi(n) = \varphi(2n)$
   (c) $\varphi(n)$ teilt n
   (d) $\varphi(n) = 6$
   (e) $\varphi(n) = 14$.
9. Für eine Galoiserweiterung $K \subset F$ zeige man:
   (a) Ist $[F : K] = p^n$ für eine Primzahl p und $n \geq 2$, so gibt es einen Zwischenkörper $K \subsetneq L \subsetneq F$, so daß L/K galoissch ist.
   (b) Ist $[F : K] = 40$, so gibt es ebenfalls einen Zwischenkörper $K \subsetneq L \subsetneq F$, so daß L/K galoissch ist.

Abgabe: Montag, 29.4.2002, 11.00 Uhr, Übungskasten im 1. Stock des Mathematischen Instituts. Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung Ihre Übungsgruppe an.