Mathematisches Institut
der Universität München
Helmut Schwichtenberg

Wintersemester 2007/2008
Blatt 4

Übungen zur Vorlesung
„Elemente der Zahlentheorie, Aufbau des Zahlensystems“

Aufgabe 13. Man formalisiere folgende Aussagen ($\forall_x$: für alle Personen x; a: Agatha; b: Butler; c: Charles; $U(x, y)$: x hat y umgebracht; $R(x, y)$: x ist reicher als y; $H(x, y)$: x haßt y).

(a) Agatha haßt sich selbst und Charles.
(b) Der Butler haßt alle Personen, die nicht reicher sind als Agatha.
(c) Jeden, den Agatha haßt, haßt auch der Butler.
(d) Niemand haßt sowohl Agatha als auch den Butler als auch Charles.

Aufgabe 14. Aus der Klausel $\mathrm{Eq}^+ : \forall_x \mathrm{Eq}(x, x)$ der Leibniz Gleichheit und dem Verträglichkeitslemma

$$\forall_{x,y}\bigl(\mathrm{Eq}(x, y) \to A(x) \to A(y)\bigr)$$

mit jeweils einer geeigneten Formel beweise man informal

(a) $\mathrm{Eq}(x, y) \to \mathrm{Eq}(y, x)$ (Symmetrie von Eq);
(b) $\mathrm{Eq}(x, y) \to \mathrm{Eq}(y, z) \to \mathrm{Eq}(x, z)$ (Transitivität von Eq).

Ferner gebe man in beiden Fällen die entsprechende Herleitung an.

Aufgabe 15. Die Negation $\neg A$ war definiert durch $A \to F$. Man gebe Herleitungen der folgenden Formeln an:

(a) $A \to \neg\neg A$,
(b) $\neg\neg\neg A \to \neg A$.

Aufgabe 16. Man beweise die Kürzungsregel für +, also

$$n + k = m + k \to n = m.$$

Den Beweis (durch Induktion über k) führe man

(a) informal, und
(b) durch Angabe einer Herleitung.

Abgabe. Montag, 19. November 2007, 10:15 Uhr, Briefkasten im 1. Stock