

**Übungen zur Vorlesung
„Elemente der Zahlentheorie, Aufbau des Zahlensystems“**

Aufgabe 1. Man gebe je ein Beispiel für Objekte folgender Typen an:

- (a) $(\mathbf{N} \times \mathbf{N}) \rightarrow \mathbf{N}$.
- (b) $(\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}) \rightarrow \mathbf{N}$
- (c) $\mathbf{N} \rightarrow (\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N})$
- (d) $\mathbf{N} \rightarrow (\mathbf{N} \rightarrow (\mathbf{N} \times \mathbf{N}))$.

Aufgabe 2. Man gebe Formeln für folgende Aussagen an (die Funktionen $+$, \cdot : $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ dürfen verwendet werden):

- (a) x ist eine gerade Zahl.
- (b) x ist größer als y .
- (c) Es gibt unendlich viele ungerade Zahlen.
- (d) x ist größer als der größte gemeinsame Teiler von y und z .

Aufgabe 3. Man gebe rekursive Definitionen folgender Funktionen an:

- (a) $\text{sg}(x)$ gibt der Zahl 0 den Wert 0, allen anderen Zahlen den Wert 1.
- (b) $P(x)$ gibt der Zahl 0 den Wert 0, allen anderen Zahlen den Wert ihres Vorgängers.
- (c) $x \dot{-} y$ gibt den Wert der Differenz $x - y$ falls dieser ≥ 0 ist und 0 sonst.

Aufgabe 4. Man gebe rekursive Definitionen folgender Funktionen an:

- (a) $R(x, y)$ gibt den Rest bei der Division von x durch y an bzw. 0 für $y = 0$.
 - (b) $\lfloor \frac{x}{y} \rfloor$ gibt den ganzzahligen Anteil des Wertes von $\frac{x}{y}$ an bzw. x für $y = 0$.
- (Hinweis: Man verwende die Funktionen von Aufgabe 3).

Abgabe. Montag, 29. Oktober 2007, 10:15 Uhr, Briefkasten im 1. Stock