

**Übungen zur Vorlesung
„Ausgewählte Kapitel aus der Beweistheorie“**

Aufgabe 29. Man überprüfe in Minlog die in Aufgabe 28 gegebenen Definitionen (Substitution für binäre Bäume). Ein Muster finden Sie in ueb08.scm auf der Vorlesungsseite.

Aufgabe 30. Der Fallunterscheidungsoperator $\mathcal{C}_\iota^\tau$ unterscheidet sich vom Rekursionsoperator $\mathcal{R}_\iota^\tau$ dadurch, daß in den Schrittfunktionen nur auf die Argumente der Konstruktortermine zurückgegriffen wird, aber nicht auf frühere Werte. Für die Algebra $\iota = \mu_\xi((\rho_{i\nu}(\xi))_{\nu < n_i} \rightarrow \xi)_{i < k}$ und den Resultattyp τ hat also $\mathcal{C}_\iota^\tau$ den Typ

$$\iota \rightarrow ((\rho_{i\nu}(\iota))_{\nu < n_i} \rightarrow \tau)_{i < k} \rightarrow \tau.$$

Man gebe die Typen des Fallunterscheidungsoperators an für die Algebren

- (a) $\mathbf{N} := \mu_\xi(\xi, \xi \rightarrow \xi)$ der natürlichen Zahlen,
- (b) $\mathbf{D} := \mu_\xi(\xi, \xi \rightarrow \xi \rightarrow \xi)$ der binären Bäume,
- (c) $\mathbf{O} := \mu_\xi(\xi, \xi \rightarrow \xi, (\mathbf{N} \rightarrow \xi) \rightarrow \xi)$ der Ordinalzahlen,
- (d) $\mathbf{L}(\alpha) := \mu_\xi(\xi, \alpha \rightarrow \xi \rightarrow \xi)$ der Listen,
- (e) $\mathbf{T} := \mu_\xi(\mathbf{L}(\xi) \rightarrow \xi)$ der endlich verzweigten Bäume.

Aufgabe 31. Man definiere die Verkettung zweier Listen

- (a) durch Definitionsgleichungen, und
- (b) mit Hilfe des Rekursionsoperators.

Aufgabe 32. Aus dem Einführungsaxiom $\forall_x \text{Eq}(x^\rho, x^\rho)$ und dem Beseitigungsaxiom $\forall_{x,y} (\text{Eq}(x, y) \rightarrow \forall_x Xxx \rightarrow Xxy)$ für die Leibniz Gleichheit beweise man

- (a) Verträglichkeit $\forall_{x,y} (\text{Eq}(x, y) \rightarrow A(x) \rightarrow A(y))$ (Hinweis: man verwende das Beseitigungsaxiom mit einem geeigneten Prädikat), sowie
- (b) Symmetrie und Transitivität (Hinweis: man verwende (a)).

Abgabe. Mittwoch, 19. Juni 2013, in der Vorlesung.