

**Übungen zur Vorlesung
„Ausgewählte Kapitel aus der Beweistheorie“**

Aufgabe 25. Die Addition auf den natürlichen Zahlen läßt sich definieren durch die Gleichungen (Berechnungsregeln)

$$m + 0 = m$$
$$m + (Sn) = S(m + n)$$

oder auch mit dem Rekursionsoperator durch

$$\mathcal{R}_{\mathbb{N}}^{\mathbb{N}} nm\lambda_{n,p}(Sp).$$

Man gebe entsprechende Definitionen (jeweils durch Gleichungen und mit Hilfe des Rekursionsoperators) von

- (a) Multiplikation
- (b) Exponentiation
- (c) Vorgänger
- (d) Subtraktion.

Aufgabe 26. Man überprüfe die in Aufgabe 25 gegebenen Definitionen in Minlog. Ein Muster finden Sie in ueb07.scm auf der Vorlesungsseite.

Aufgabe 27. Für die Algebra der binären Bäume mit den Konstruktoren L (Blatt) und C (Konstruktion eines neuen Baums aus zwei gegebenen) gebe man den Typ des Rekursionsoperators mit Wertetyp τ an.

Aufgabe 28. Für die Algebra der binären Bäume definiere man eine Substitutionsfunktion, die je zwei binären Bäumen a und b einen neuen zuordnet, der aus a durch Ersetzen jedes Blatts durch b entsteht, und zwar

- (a) durch Definitionsgleichungen und
- (b) mit Hilfe des Rekursionsoperators.

Abgabe. Mittwoch, 12. Juni 2013, in der Vorlesung.