**Übungen zur Vorlesung
„Ausgewählte Kapitel aus der Beweistheorie“**

Ordinalzahlen α, β ($< \varepsilon_0$) und die Relationen $\alpha < \beta$, $\alpha \leq \beta$ seien wie in der Vorlesung definiert.

Aufgabe 1. Aus dem Induktionsschema

$$A(0) \rightarrow \forall_x (A(x) \rightarrow A(Sx)) \rightarrow \forall_x A(x)$$

für beliebige Formeln $A(x)$ beweise man informal das Schema der Wertverlaufsinduktion

$$\forall_x (\forall_{y < x} A(y) \rightarrow A(x)) \rightarrow \forall_x A(x).$$

Aufgabe 2. Man zeige

$$\text{lev}(\alpha) = k + 1 \rightarrow \omega_k \leq \alpha < \omega_{k+1},$$

wobei $\omega_0 = 0$, $\omega_1 = \omega$, $\omega_{k+1} = \omega^{\omega_k}$.

Aufgabe 3. Man zeige durch Induktion über die Stufen, daß $<$ eine lineare Ordnung mit kleinstem Element 0 ist.

Aufgabe 4. (a) Man zeige

$$\delta < \alpha \rightarrow \beta + \omega^\delta k < \beta + \omega^\alpha.$$

(b) Ferner zeige man, daß man für jedes $\gamma < \beta + \omega^\alpha$ mit $\alpha > 0$ ein $\delta < \alpha$ und ein k finden kann so daß

$$\gamma < \beta + \omega^\delta k.$$

Abgabe. Mittwoch, 24. April 2013, in der Vorlesung.