

## Übungen zur Vorlesung „Mathematische Logik“

Das Material in diesem Übungsblatt stammt aus F. Wiesnet, Verified Program Extraction in Number Theory, erscheint 2026 in den Annals of Pure and Applied Logic (APAL). – Dies ist ein Extra-Übungsblatt, dessen Punkte nicht zur Gesamtzahl der erreichbaren Punkte zählen. Punkte dieses Blatts werden aber zu den bisher erhaltenen Punkten hinzugezählt. Damit kann evtl. die 50% Grenze überschritten werden.

**Aufgabe 49.** (6 Punkte). Beweisen Sie informal, daß  $\gcd(n, m)$  aus  $n, m$  linear kombiniert werden kann, also

$$\exists_{l_0, l_1} (\gcd(n, m) + l_0 n = l_1 m \vee \gcd(n, m) + l_0 m = l_1 n)$$

Hinweis. Zeigen Sie durch Induktion über  $l$

$$\forall_{l, n, m} (n < m < l \rightarrow \exists_{l_0, l_1} (\gcd(n, m) + l_0 n = l_1 m \vee \gcd(n, m) + l_0 m = l_1 n))$$

Vergleichen Sie dazu  $m - n$  mit  $n + 1$ . In den  $\neq$ -Fällen verwenden Sie die IH zum Finden des zu beweisenden Disjunktionsglieds und von  $l_0, l_1$ .

**Aufgabe 50.** (4 Punkte). Beweisen Sie in Minlog die Formel in Aufgabe 49 aus der Hilfsaussage im Hinweis (s. ueb13.scn)

**Aufgabe 51.** (6 Punkte). Beweisen Sie in Minlog die Hilfsaussage im Hinweis zu Aufgabe 49 (s. ueb13.scn).

**Abgabe.** Mittwoch, 28. Januar 2026 um 8:00, über Uni2work.